



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

DETERMINAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS UTILIZANDO DADOS REAIS DE SENSORES

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

Naira Cunha Costa (ETEP-Faculdades, Bolsista PIBIC/CNPq)

E-mail: naira.costa@uol.com.br

Dr. Adenilson Roberto da Silva (DSE/ETE/INPE, Orientador)

E-mail: adenilson.silva@dss.inpe.br

COLABORADORES

Roberto Vieira da Fonseca Lopes

São José dos Campos

Julho de 2009

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo estudar métodos de determinação de atitude de satélites artificiais e a posterior utilização de dados reais de sensores. Para isso, foi necessário estudar conceitos básicos relacionados à órbita, sistema de referência, sistema de tempo, entre outros. Sua relevância está em determinar a atitude de um satélite para saber sua orientação no espaço em relação a um sistema de referência; e isso não está relacionado apenas ao desempenho do sistema de controle de atitude, mas também a interpretação de informações obtidas por experimentos realizados com o satélite. No caso particular do satélite CBERS 2B, os dados de atitude são de fundamental importância no processamento das imagens. Existem vários métodos para se determinar a atitude de um satélite e todos requerem informações obtidas por meio de sensores instalados nos satélites. Os sensores são essenciais para a determinação da atitude, pois medem a sua orientação em relação a algum referencial, podendo este ser a Terra, o campo geomagnético, o sol ou uma estrela. Foram estudados e avaliados os algoritmos TRIAD, q-Method, QUEST, SVD e FOAM os quais permitem determinar a atitude em três eixos do satélite. Os principais pontos avaliados foram precisão, facilidade de implementação (e entendimento) e utilização. O estudo realizado particulariza o satélite artificial CBERS 2B; assim, diversas informações relacionadas a este satélite foram utilizadas, entre elas: dados dos sensores de estrelas a bordo do satélite, sistema de referência utilizado, órbita e estabilização. Uma vez estudados os conceitos básicos necessários e de posse das principais características do satélite, os métodos de determinação de atitude são implementados separadamente a fim de serem testados e validados. Posteriormente, todos os métodos são comparados e, como resultado final, desenvolveu-se um aplicativo no qual é possível escolher com qual método se deseja determinar a atitude do satélite CBERS2B em um determinado dia e hora pré-selecionados, ou mesmo avaliar a atitude do satélite utilizando todos os algoritmos simultaneamente. As informações fornecidas são os ângulos de Euler relacionando o referencial do corpo (CBERS 2B) e o referencial orbital utilizado pelo CBERS 2B. O período avaliado foi de Setembro de 2007 (lançamento) a Abril de 2009. As informações são armazenadas em forma de matrizes e permite uma análise estatística total ou parcial da atitude do satélite CBERS 2B, o que viabiliza uma verificação, mesmo que preliminar, de seu desempenho no período avaliado.

DETERMINATION OF ARIFICIAL SATELLITES ATTITUDE USING REAL DATA SENSORS

ABSTRACT

This work aims to study the attitude determination methods and a later using a real data from attitude sensors. With this goal, it was essential to study and understand basic concepts about orbit, reference system, timing definitions and others. The importance in determining the attitude of satellite is to know its orientation in the space with respect to a reference system; and this it is not only related to the performance of the attitude control system, but also with the interpretation of information obtained from experiments of the satellite. In a particular case of CBERS 2B satellite, the attitude data are very important in the images processing process. There exists a lot of methods to determine the attitude of a satellite and all of them makes use of the information provided by sensors installed in the satellites. The sensors are essential for the attitude determination, because they can measure the orientation with respect to some referential, could be the Earth, the geomagnetic field, the sun or a star. In this work it has been studied and evaluated the algorithms: TRIAD, q-Method, QUEST, SVD and FOAM which makes possible the three axes attitude determination of the satellite. The main points evaluated points were the precision, implementation and user friendly. The main data used comes from the artificial satellite CBERS 2B; thus, many information related to this satellite had been used, like stars sensors data, reference frame orbit and stabilization method. Since the basics concepts have been studied and the main characteristics of the satellite taken into account, the attitude determination methods are programmed separately in order to be tested and validated. After, all the methods are compared and, as final result, a software has been implemented that makes possible to choose the attitude determination to evaluate the CBERS 2B attitude of CBERS 2B in one preselected day and hour, or even to evaluate the satellite attitude simultaneously using all the algorithms. The provided information are the Euler angles relating the body referential (CBERS 2B) with the orbit reference used by CBERS 2B. The study incorporated the period from September of 2007(launching) until April of 2009. The attitude information are stored in matrices form and allows one to perform a total or partial statistical analysis of the satellite attitude, it also allows to verify the CBERS 2B performance in the period described above..

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURA

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| 1. INTRODUÇÃO | 9 |
| 2. CONCEITOS BÁSICOS..... | 11 |
| 2.1 Dinâmica Orbital..... | 11 |
| 2.1.1 Posicionamento de satélites..... | 15 |
| 2.1.2 Sistemas de coordenadas celestes..... | 17 |
| 2.1.3 Transformação de coordenadas | 21 |
| 2.1.4 Sistemas de Tempo..... | 23 |
| 2.1.5 Perturbações orbitais..... | 24 |
| 2.2 Determinação de Atitude | 25 |
| 2.3 Sensores | 27 |
| 2.3.1 Sensores de Horizonte..... | 27 |
| 2.3.2 Sensor Solar..... | 28 |
| 2.3.3 Sensores de estrelas | 29 |
| 3. MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO DE ATITUDE..... | 33 |
| 3.1 O problema de Wahba | 33 |
| 3.2 TRIAD | 34 |
| 3.3 q-Method..... | 36 |
| 3.4 QUEST | 40 |
| 3.5 SVD | 45 |
| 3.6 FOAM..... | 47 |
| 4 METODOLOGIA..... | 50 |
| 5 RESULTADOS E ANÁLISES | 52 |
| 6 CONCLUSÕES | 59 |
| REFERÊNCIAS | 61 |
| ANEXO A – TABELAS | 62 |

LISTA DE FIGURAS

| | Pág |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.1 As quatro seções cônicas resultado da intersecção de um plano em um cone circular..... | 12 |
| 2.2 Geometria da Elipse com excentricidade $e = c/a = 0.6$ | 12 |
| 2.3 Segunda Lei de Kepler..... | 13 |
| 2.4 Geometria para definição dos elementos orbitais..... | 16 |
| 2.5 Coordenadas Celestiais..... | 19 |
| 2.6 Coordenadas Roll, Pitch e Yaw..... | 21 |
| 2.7 Rotação sobre o eixo \hat{e}_3 | 22 |
| 2.8 Diagrama simplificado de um sensor de estrela com fenda em V..... | 30 |
| 2.9 Sensor estrelar de rastreo..... | 31 |
| 2.10 Imagem do diagrama do sensor estrelar..... | 31 |
| 5.1 Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Setembro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 52 |
| 5.2 Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Setembro de 2007 a Abril de 2009 – Dia)..... | 53 |
| 5.3 Ângulos de Euler, Algoritmo TRIAD (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 53 |
| 5.4 Ângulos de Euler, Algoritmo SVD (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 54 |
| 5.5 Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 54 |
| 5.6 Ângulos de Euler, Algoritmo q Method (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 54 |
| 5.7 Ângulos de Euler, Algoritmo FOAM (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)..... | 55 |
| 5.8 Velocidade dos Algoritmos..... | 57 |

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURA

| | |
|--------|-----------------------------------------------------------------|
| CBERS | - Satélite Sino-Brasileiro de Recursos Terrestres |
| CCD | - Câmera Imageadora de Alta Resolução |
| CNPq | - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico |
| FOAM | - Fast Optimal Matrix Algoritm |
| FOV | - Fiel of View (Campo de visada) |
| GMT | - Greenwich Mean Time (Tempo médio de Greenwich) |
| GPS | - Global Position System (Sistema global de posição) |
| HRC | - Câmera Pancromática de Alta Resolução |
| MATLAB | - Matrix Laboratory |
| Met | - Método utilizado |
| PIBIC | - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica |
| QUEST | - Quartérnon Estimator |
| RPY | - Coordenadas Roll, Pitch e Yaw |
| SVD | - Decomposição Singular de Valores |
| WFI | - Câmera de Amplo Campo de Visada |

LISTA DE SÍMBOLOS

Conceitos Básicos

- a - Semi-eixo maior da elipse
- b - Semi-eixo menor da elipse
- e - Excentricidade da elipse
- G - Constante de Gravitação Universal
- M - Massa do corpo principal
- m - Massa do corpo secundário
- π - Número Pi

Posicionamento de Satélites

- Ω - Nodo ascendente
- i - Inclinação, ângulo entre o plano da órbita e o plano da referencia
- ω - Argumento do Perigeu
- Π - Perigeu
- u - Anomalia Verdadeira
- M - Anomalia Média
- E - Anomalia Excêntrica

Sistemas de Coordenadas

- ϕ - Azimute
- λ - Elevação
- θ - Distância do Zênite
- γ - Equinócio Vernal
- a - Ascensão reta
- δ - Declinação
- P - Pitch
- R - Roll
- Y - Yaw

Transformação de Coordenadas

$R_1(\theta)$ - Rotação do sistema de ângulo θ ao redor do eixo x

$R_2(\theta)$ - Rotação do sistema de ângulo θ ao redor do eixo y

$R_3(\theta)$ - Rotação do sistema de ângulo θ ao redor do eixo z

Determinação de Atitude

A - Matriz Atitude

\hat{W}_k - Vetor do sistema de coordenadas do satélite

\hat{V}_k - Vetor do sistema de coordenadas da referencia

$J(A)$ - Função Custo

M^T - Transposta da matriz M

\bar{q} - Quatérnion

Q - Matriz anti-simétrica

trS - Traço da matriz S

$\det S$ - Determinante da matriz S

$adjS$ - Matriz adjunta de S

$\|B\|^2$ - Norma euclidiana de B

Ângulos de Euler

φ - Phi

θ - Theta

ψ - Psi

Análise Estatística

\bar{X} - Média

S - Variância

σ - Desvio Padrão

1. INTRODUÇÃO

A atitude de um satélite representa a sua orientação no espaço em relação a algum sistema de referência. A importância da determinação da atitude está relacionada não apenas ao desempenho do controle de atitude, mas também a interpretação de informações obtidas por experimentos realizados pelo satélite.

Existem vários métodos para se determinar a atitude de um satélite. Cada método é apropriado a determinado tipo de aplicação e atende a necessidades como: tempo disponível para o processamento e a precisão que se deseja alcançar. No entanto, em todos os métodos são necessárias observações que são obtidas por meio de sensores instalados no satélite. Os sensores são essenciais para a determinação da atitude, pois medem a sua orientação em relação a algum referencial, podendo este ser a Terra, o campo geomagnético, o Sol ou uma estrela.

Os primeiros métodos a serem utilizados foram os determinísticos que, de forma mais simples, utilizam somente uma quantidade mínima e necessária de informações; ignorando todo e qualquer tipo de dados adicionais. Com o crescente uso de satélites artificiais cada vez mais sofisticados, cresceu também a busca por melhores precisões na determinação e controle de atitude e técnicas nas quais todas as informações disponíveis são utilizadas. Os métodos ótimos foram, então, aplicados ao problema de determinação de atitude e surgiram assim, algoritmos como o q-Method (Davenport, 1977), o método QUEST (Shuster, 1981) e o método SVD (Markley, 1988).

Neste trabalho, utilizou-se tanto métodos determinísticos como métodos ótimos para a determinação da atitude em três eixos. Num primeiro momento, utilizou-se dados aleatórios que desempenharam a função de teste para a implementação dos métodos no ambiente de simulação, onde foi utilizada a ferramenta MATLAB. Em seguida, utilizou-se os dados dos sensores de

estrelas a bordo do satélite CBERS 2B a fim de se comparar as características e resultados dos métodos.

Os resultados obtidos são então, avaliados e analisados visando a comparação entre os métodos bem como a caracterização da precisão de apontamento do satélite CBERS 2B.

2. CONCEITOS BÁSICOS

Para se determinar a atitude de um satélite é necessário estudar vários conceitos básicos relacionados à órbita, sistema de referência, sistema de tempo, posicionamento de satélites, transformações de coordenadas e perturbações orbitais.

2.1 Dinâmica Orbital

Neste capítulo será feita uma breve apresentação acerca das definições e das terminologias que envolvem os principais conceitos da mecânica orbital. Com esse objetivo, será feito um breve estudo das três Leis de Kepler, as quais permitem definir a trajetória dos planetas, satélites naturais e artificiais.

Ao se fazer um estudo que envolva pesquisas astronômicas, não se pode deixar de mencionar Galileu Galilei. Galileu, por meio de suas observações, defendeu a idéia de que a Terra não seria o centro do Universo, mas sim o Sol.

Mais tarde, Tycho Brahe conseguiu determinar com precisão a posição dos planetas e só após sua morte, Kepler pôde fazer uso dessas informações para conceituar o movimento dos planetas por meio das célebres Leis de Kepler:

1ª Lei- Lei das Órbitas Elípticas: a órbita é uma elipse e tem o Sol por um dos focos.

2ª Lei- Lei das Áreas: a linha que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

3ª Lei- Lei Harmônica: a relação dos quadrados dos períodos entre dois planetas é igual a relação do cubo do semi-eixo maior de suas órbitas.

A Primeira Lei de Kepler afirma que objetos celestiais são seções de uma cônica, ou seja, formas produzidas pela intersecção de um plano em um cone, como mostra a figura 2.1.

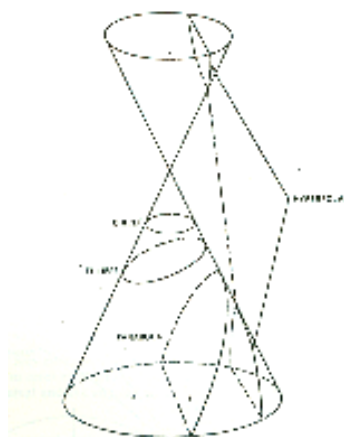


Figura 2.1 – As quatro seções cônicas resultado da intersecção de um plano em um cone circular.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

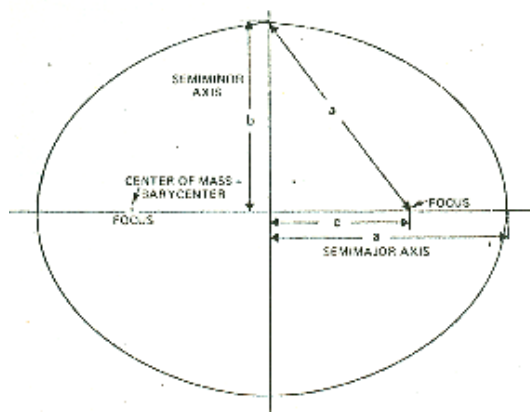


Figura 2.2 – Geometria da Elipse com excentricidade $e = c/a = 0.6$.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

Se os objetos estiverem permanentemente associados, esta forma será a elipse. Geometricamente uma elipse é definida por dois pontos conhecidos como focos; a elipse é então a linha gerada por todos os pontos tais que a soma das distâncias de cada ponto da elipse aos dois focos seja $2a$, na qual a é chamado semi-eixo maior e é a metade da longa linha central da elipse. De acordo com a figura 2.2, a medida c é a metade da distância entre os focos e o semi-eixo; b é a metade do menor eixo da elipse. Um dos focos é o baricentro de dois objetos e o outro foco é somente de interesse geométrico.

A forma da elipse é excepcionalmente especificada por um único parâmetro, tal como a relação dos semi-eixos maior e menor. O parâmetro normalmente usado para especificar a forma é a excentricidade, assim definida pela relação $c/a = (a^2 - b^2)^{1/2} / a$. A excentricidade também serve como uma relação conveniente para definir todas as seções cônicas, especificamente por $e = 0$ para os círculos; $0 < e < 1$ para as elipses; $e = 1$ para as parábolas e $e > 1$ para as hipérbolas. O círculo e a parábola representam casos de escala infinita para possíveis excentricidades e, por essa razão, nunca ocorrerão na natureza.

A Segunda Lei de Kepler é uma consequência da conservação do momento angular. O momento angular é proporcional à magnitude do raio vetor r , multiplicado por sua componente perpendicular a velocidade v . Em qualquer intervalo de tempo, a área varrida para fora de uma linha junto ao baricentro e o satélite serão $\frac{1}{2} v_{\perp} r \Delta t$, como mostra a figura 2.3.

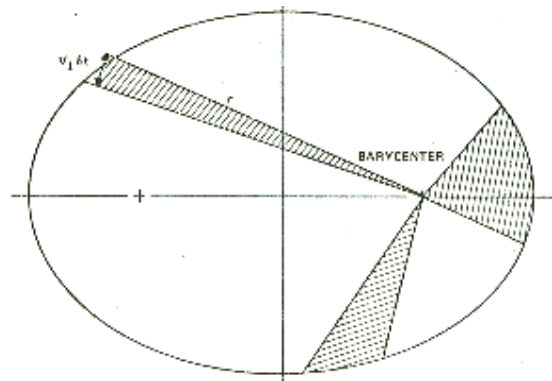


Figura 2.3 – Segunda Lei de Kepler.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

A Terceira Lei de Kepler se aplica somente a órbitas elípticas e caracteriza o semi-eixo maior da elipse. Para o caso de satélites da Terra, ou ainda, para o caso de planetas em órbitas ao redor do Sol, é possível desprezar as massas secundárias (contanto que sejam muito pequenas) e escrever:

$$a^3 = [G(M + m)/4\pi^2]P^2 \approx (GM/4\pi^2)P^2 \quad (2.1)$$

$$\equiv (\mu/4\pi^2)P^2$$

Assim: $\mu \equiv GM$ (2.2)

Onde a é o semi-eixo maior, G a constante de gravitação universal valendo $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$, M e m são as massas dos dois corpos e P é o período da órbita.

Como mostrado na equação 2.1, desde que as massas secundárias sejam pequenas, é possível calcular a constante de proporcionalidade diretamente a partir da órbita existente dos objetos. Tome-se como exemplo a unidade astronômica – AU: é uma unidade de comprimento igual ao semi-eixo maior da órbita da Terra em relação ao Sol; assim, em unidade de anos e AU, $\mu/4\pi^2 = 1$ para o Sol e, por essa razão, $a^3 = P^2$ em unidades astronômicas e anos para planetas e quaisquer outros satélites do Sol.

Posteriormente, foi Newton quem justificou o movimento dos planetas por meio de sua Lei da Gravitação Universal.

A Lei da Gravitação Universal:

Sejam **M** e **m** a massa de dois corpos e **r** a distância entre eles, os dois corpos se atraem mutuamente com uma força que é proporcional a massa de cada um deles e inversamente proporcional ao quadrado da distância que há entre eles, cuja intensidade pode ser escrita na forma:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad (2.3)$$

Essa lei pode ser aplicada, ao se assumir que corpos com simetria esférica se atraem como se suas massas estivessem concentradas em seus centros.

No sistema solar o corpo principal é o Sol e os planetas são corpos secundários, enquanto que no caso de satélites artificiais, a Terra é o corpo principal e os satélites os corpos secundários. Como a massa dos satélites é muito pequena comparada com a massa da Terra, o centro de massa Terra-satélite pode ser considerado como sendo o próprio centro de massa da Terra.

2.1.1 Posicionamento de satélites

Para se definir uma órbita completamente, são necessários não somente tamanho e forma, mas também a orientação do plano de órbita no espaço. O posicionamento dos satélites é o movimento do satélite no espaço em relação à Terra. O conjunto de elementos o posicionam completamente em sua órbita são conhecidas como elementos keplerianos.

Os elementos keplerianos são os elementos básicos que definem a órbita de um satélite ou de qualquer outro corpo celeste.

Pela figura 2.4 é possível observar alguns pontos notáveis da geometria orbital:

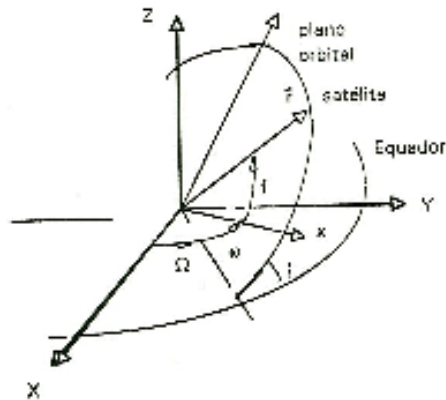


Figura 2.4 – Geometria para definição dos elementos orbitais.

Fonte: Adaptada de KUGA, H. (1995).

Ω – Nodo ascendente: ponto onde a órbita cruza o plano do equador a partir do hemisfério sul para o hemisfério norte.

i – inclinação, ângulo entre o plano da órbita e o plano de referência, o plano de referência mais utilizado é o do equador.

ω – argumento do perigeu: rotação da órbita dentro do plano orbital.

Outros elementos keplerianos e terminologias orbitais de grande importância no posicionamento de satélites são:

Π – perigeu: ponto da elipse mais próximo do foco, centro da Terra.

Anomalia verdadeira (u): ângulo medido do baricentro (foco 1) entre o ponto do perigeu e o satélite.

Anomalia Media (M): $360 \cdot \frac{\Delta t}{P}$ onde P é o período da órbita e Δt o tempo desde a passagem do satélite pelo perigeu.

Anomalia Excêntrica (E): ângulo medido a partir do centro da órbita entre o perigeu e a projeção do satélite ate uma órbita circular com o mesmo semi-eixo maior.

A relação entre anomalia excêntrica e o tempo pode ser definida pela equação de Kepler. Assim, é possível localizar onde o satélite se encontra em determinado instante.

A Forma final da equação de Kepler é: $M = E - e \cdot \sin E$, onde e é a excentricidade e dado (u) anomalia verdadeira é possível calcular (E) anomalia excêntrica e então encontrar a anomalia media (M). Kuga (1995, p28) explica: “A equação de Kepler é uma equação transcendental e pode ser resolvida de varias maneiras, a mais comum e o método de Newton Raphson”.

2.1.2 Sistemas de coordenadas celestes

Para definir a posição de um satélite é necessário adotar um sistema de coordenadas. Sabe-se que as posições na superfície da terra são especificadas com referência ao meridiano de Greenwich e ao equador. Os sistemas são definidos de acordo com centro de coordenadas ou de acordo com a origem de referência escolhida.

Tipicamente, existem três sistemas principais para especificar as posições de corpos celestes na esfera celeste, são eles: Sistema de Coordenadas fixas em relação ao satélite, Sistema de Coordenadas inerciais e Sistema de coordenadas definidas a partir da órbita.

Sistema de Coordenadas fixas em relação ao satélite

O sistema de coordenadas fixo em relação ao satélite é usado para definir a orientação da determinação de atitude e controlar os equipamentos

onde as medidas de atitude são feitas. Para definir as coordenadas esféricas deste sistema será utilizada a letra ϕ para designar Azimute¹ e λ , para designar elevação. Sendo assim, θ designará a distância do zênite, ou seja, $\theta = 90^\circ - \lambda$. Satélites estabilizados por rotação terão como pólo positivo do sistema de coordenadas o sentido positivo do giro ou outro previamente especificado. Já o meridiano de referência passa através de um ponto de referência arbitraria ao plano de giro, chamado de equador do sistema de coordenadas. Os três componentes retangulares deste sistema de coordenadas fixo no satélite são representados por x, y e z . É importante ressaltar que o importante não é a localização das peças dentro do satélite mas sim, a orientação do campo de visão delas.

Coordenadas Inerciais

O mais comum dos sistemas de coordenadas inerciais é o sistema de coordenadas celestiais, definido em relação à rotação dos eixos da Terra. A linha central do sistema de coordenadas celestial que liga os pólos norte e sul celestial é definida como paralela ao eixo de rotação da Terra. Assim, o pólo norte celestial está aproximadamente 1 grau da brilhante estrela Polar. Para definirmos completamente este sistema de coordenadas é preciso ainda, definir o meridiano de referência ou algum ponto de referência. O ponto escolhido como ponto de referência é onde a eclíptica cruza o equador indo do sul para o norte, conhecido como equinócio vernal.

¹ Azimute: Plano que passa por uma estrela e a vertical do observador. 2. Ângulo desse plano com o meridiano.

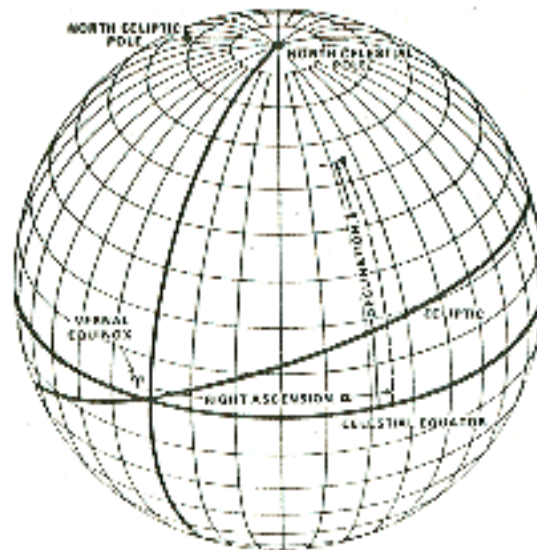


Figura 2.5 – Coordenadas Celestiais.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

No entanto, o sistema de coordenadas celestiais não é exatamente fixo em relação à posição média das estrelas próximas ao Sol. A ação da gravidade provoca uma lenta rotação na linha central da Terra sobre o pólo eclíptico, levando cerca de 26000 anos para um completo movimento em torno do eixo. Este fenômeno é conhecido como precessão dos equinócios, resultando assim, em um deslizamento do equinócio vernal ao longo da eclíptica. Quando as constelações do Zodíaco receberam seus nomes atuais, centenas de anos atrás, o equinócio vernal estava na constelação de Áries, o Carneiro. Dessa forma o símbolo do zodíaco utilizado para representar o carneiro γ passou a ser usado para representar o equinócio vernal. Desde então o equinócio vernal vem se movimentando ao longo das constelações.

A importância em conhecer a precessão dos equinócios está em saber que essa lenta mudança nas coordenadas celestiais de objetos “fixos”, como

as estrelas, precisa ser levada em consideração para a precisão da orientação. Deste modo, as coordenadas celestiais necessitam que as datas estejam bem estabelecidas para se definir precisamente a posição do equinócio vernal. Os sistemas mais utilizados são 1950 (B1950), 2000 (J2000), e *true of date* (TOD).

A elevação ou latitude das coordenadas celestiais são universalmente conhecidas como declinação: δ . De modo análogo, seu azimute é conhecido como ascensão reta: α . Embora a ascensão reta seja medida em graus, em grande parte das tabelas astronômicas a medida está em horas, minutos e segundos. Onde 1 hora = 15 graus; 1 min = 1/60 hora = 1/4 graus; 1 seg. = 1/60min = 0.0041666... graus. Cada uma dessas medidas corresponde a uma quantidade de rotação da Terra em certo período de tempo. Ao se utilizar dados nessa definição requer cuidados, pois os minutos e os segundos da ascensão reta não são equivalentes aos minutos e segundos de arco, mesmo ao longo do equador.

Coordenadas definidas em Relação à Órbita

O sistema de coordenadas l, b, n é um sistema no qual o plano de órbita do satélite é o plano equatorial. O eixo l é paralelo da linha que vai do centro da Terra ao nodo ascendente da órbita do satélite; o eixo n é paralelo à órbita, perpendicular ao plano da órbita; e o eixo b é tal que para vetores unitários ao longo do eixo $\hat{b} = \hat{n} \times \hat{l}$. O sistema l, b, n seria inercial se a órbita do satélite fosse fixa em um espaço inercial. De fato, perturbações devido a não esfericidade do corpo central, atrações gravitacionais com outros corpos e outras são as causas de rotações lentas que não permitem que o sistema seja absolutamente inercial.

O sistema de coordenadas que mantém sua orientação em relação à Terra com o satélite se movimentado em sua órbita têm coordenadas conhecidas como *roll*, *pitch* e *yaw* ou RPY está ilustrado na figura 2.6. Neste sistema, o eixo *yaw* é direcionado para o centro da Terra, o eixo *pitch* possui

direção negativa a órbita normal e o eixo *roll* é perpendicular aos outros dois, sendo que os vetores unitários ao longo dos três eixos sigam a relação $\hat{R} = \hat{P} \times \hat{Y}$. Desta maneira, em um órbita circular, o vetor roll será a direção da velocidade. Os ângulos *pitch*, *roll* e *yaw* são definidos por meio de rotações destróginas sobre seus respectivos eixos.

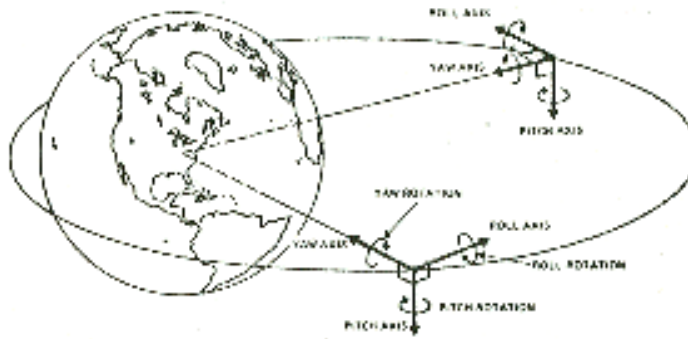


Figura 2.6 – Coordenadas Roll, Pitch e Yaw.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

2.1.3 Transformação de coordenadas

A transformação de coordenadas tem por objetivo especificar a atitude ou a posição de um corpo em um referencial mais adequado ou conveniente. Para isso, as coordenadas de um corpo conhecidas em um sistema de referência precisam ser transformadas para coordenadas em um outro sistema de referencia. Em sistemas de coordenadas de três dimensões, as quais serão utilizadas neste trabalho, essa transformação acontece por meio de matrizes de rotação ortogonais de dimensão 3×3 onde $R_1(\theta)$, $R_2(\theta)$ e $R_3(\theta)$ são usadas para rotacionar todo o sistema de um ângulo θ ao redor dos eixos 1, 2 e 3 respectivamente.

Uma rotação ao redor do eixo 3, ou eixo \hat{e}_3 , pode ser representada da seguinte forma:

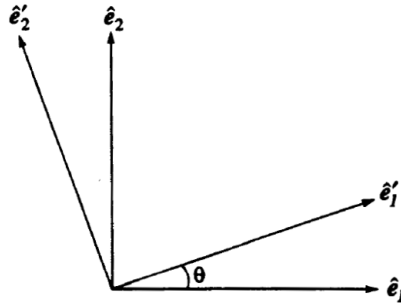


Figura 2.7 – Rotação sobre o eixo \hat{e}_3 .

Fonte: Adaptada de SHUSTER, M. (1993).

$$\hat{e}'_1 = \cos \theta \hat{e}_1 + \sin \theta \hat{e}_2, \quad (2.4)$$

$$\hat{e}'_2 = -\sin \theta \hat{e}_1 + \cos \theta \hat{e}_2, \quad (2.5)$$

$$\hat{e}'_3 = \hat{e}_3 \quad (2.6)$$

Assim,

$$R_3(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

As matrizes de rotação para o ângulo θ em torno dos eixos 1 e 2 serão, respectivamente:

$$R_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad R_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.8) \text{ e } (2.9)$$

É possível observar que as matrizes $R_1(\theta)$, $R_2(\theta)$, e $R_3(\theta)$ possuem o mesmo traço:

$$\text{tr}(R(\theta)) = 1 + 2\cos \theta \quad (2.10)$$

E ainda, o inverso de uma matriz de rotação é dado pela sua transposta e o seu determinante tem valor igual a um:

$$R^{-1}(\theta) = R^T(\theta) = R(-\theta) \quad (2.11)$$

$$|R| = 1 \quad (2.12)$$

No entanto, nem sempre, os eixos de rotação são em torno de um dos eixos de referência. Em termos de vetor unidade ao longo de um eixo de rotação \hat{e} e um ângulo de rotação θ , a matriz genérica dos cossenos diretores será:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta + e_1^2(1 - \cos \theta) & e_1 e_2(1 - \cos \theta) + e_3 \sin \theta & e_1 e_3(1 - \cos \theta) - e_2 \sin \theta \\ e_1 e_2(1 - \cos \theta) - e_3 \sin \theta & \cos \theta + e_2^2(1 - \cos \theta) & e_2 e_3(1 - \cos \theta) + e_1 \sin \theta \\ e_1 e_3(1 - \cos \theta) + e_2 \sin \theta & e_2 e_3(1 - \cos \theta) - e_1 \sin \theta & \cos \theta + e_3^2(1 - \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

2.1.4 Sistemas de Tempo

Baseado na rotação da Terra, o tempo é determinado pela posição no céu em relação ao meridiano local, de um objeto de referência da esfera

celeste. Existem várias medidas de tempo dependendo apenas dos objetos escolhidos.

Tempo Universal – o corpo celeste escolhido é o sol. O dia solar é o período de rotação da Terra em relação ao sol. Ao meio dia o sol esta no meridiano, a primeira metade do dia AM (Anti – Meridiem) e as horas seguintes ao cruzamento PM (Post - Meridiem).

A duração exata de um dia solar aparente não é constante devido a variação orbital (velocidade) e a inclinação eclíptica de $23,5^\circ$, por isso foi definido outro tempo chamado Tempo solar médio que é de 12h mais o ângulo horário. Fusos numerados a partir do meridiano de Greenwich, positivos (+) para oeste e negativos (-) para leste, cada fuso corresponde a uma hora.

Tempo Sideral – o dia sideral é um pouco mais curto que o dia solar. É o tempo requerido pela Terra para completar uma rotação em relação ao ponto vernal γ . Um dia solar é quatro minutos mais longo que um dia sideral.

Data Juliana – se trata de uma contagem contínua desde 4713 a.C e é medida de meio-dia para meio-dia o que resulta em um número inteiro de 12 horas depois da meia-noite. Para conversão, basta achar a fração do dia, pois a data muda a cada 24 horas.

2.1.5 Perturbações orbitais

Órbitas reais não seguem as Leis de Kepler precisamente, embora estas representem uma boa aproximação. Desse modo, na maioria dos casos, a computação de órbitas que requeiram maior precisão são obtidas numericamente, baseadas em teorias e observações do espaço.

Perturbações na órbita são desvios da órbita verdadeira e podem ser classificados de acordo com suas causas específicas como, por exemplo, o não achatamento nos pólos, resistência atmosférica, força gravitacional da lua entre outros. Esses efeitos podem ser divididos em quatro classes: Forças não gravitacionais, interação de três corpos, distribuição de massa não esférica e mecânica relativista. Sendo que os dois primeiros efeitos podem dominar o movimento espacial.

Forças não gravitacionais – a principal (nas proximidades da Terra) é a resistência aerodinâmica. Resistência é a ação da força devido a fricção atmosférica na direção oposta ao vetor velocidade. As principais forças são: (1) Força de arrasto devido a correntes de redemoinhos interagindo com o campo magnético da Terra. (2) Ventos solares e partículas de poeiras. (3) Pressão da radiação solar.

Distribuição não (uniforme) esférica das massas – para satélites próximos a Terra, acima de 100 km, a maior fonte de perturbação é a forma não esférica da Terra.

Interação entre três corpos – quando a distância em relação a Terra aumenta, perturbações devido a forças gravitacionais do Sol e da Lua se tornam mais importantes. Na prática, a maioria dos trabalhos envolvendo interação entre três corpos é resolvida com integrações numéricas das equações do movimento.

2.2 Determinação de Atitude

Atitude de um satélite é sua orientação no espaço a partir de algum referencial conhecido. A análise da atitude de um satélite, segundo Wertz [3], pode ser dividida em três partes: predição, determinação e controle.

Predição de atitude consiste em calcular a orientação futura da espaçonave, quando não se dispõe de observações. Para isso, são utilizados modelos dinâmicos de atitude, formulados a partir de informações sobre a órbita, a partir do conhecimento dos torques que agem sobre o satélite e a partir da identificação do referencial adotado. Como os modelos dinâmicos estão cada dia mais fidedignos, eles também são utilizados como apoio a determinação de órbita e atitude e ao controle de atitude.

Controle de atitude é o processo pelo qual o satélite alcança e mantém sua orientação em uma direção especificada, ou seja, pré-determinada pela missão. Para isso, é necessário o conhecimento da órbita, da atitude do satélite a cada instante e também dos possíveis torques que agem sobre o satélite. Os torques podem ser internos, como o movimento da tripulação e os distúrbios magnéticos ou podem ser externos, como a radiação solar, o gradiente de gravidade e como o campo geomagnético. Vale lembrar que esses torques são importantes, pois podem ajudar ou afetar negativamente o controle de atitude.

O controle de atitude pode ser dividido em dois processos: a manobra, onde o satélite é colocado em sua órbita final ou reorientado de uma atitude para outra e a estabilização, cujo objetivo é manter o satélite na atitude especificada, fazendo apenas pequenas correções de atitude.

A determinação de atitude é o cálculo da orientação da espaçonave em relação a algum objeto de interesse ou a um referencial inercial. Para se determinar a atitude, são necessárias observações que provem de sensores, como os sensores de estrelas, sensores de horizonte, girômetros e outros instalados no satélite. A aplicação da determinação em tempo real é utilizada no apoio ao controle de órbita (direcionamento dos motores de transferência e correção de órbita) e de atitude (especificação da posição do satélite em sua órbita em um dado instante). Para o controle de atitude, os procedimentos de cálculo podem ser efetuados a bordo ou em Terra, no entanto, devido a certas limitações computacionais a bordo, os algoritmos implementados a bordo são

simplificados, em Terra pode-se utilizar algoritmos mais sofisticados. Em Terra o controle conta com os recursos computacionais necessários e seus resultados são utilizados na avaliação do desempenho do controle, da estabilidade e na interpretação dos resultados de experimentos realizados pelo satélite.

2.3 Sensores

Sensores de atitude são dispositivos instalados no satélite. São essenciais para a determinação da atitude, pois medem a sua orientação em relação a algum referencial, podendo este ser a Terra, o campo geomagnético, o Sol ou uma estrela. Neste trabalho serão apresentados alguns tipos de sensores mais utilizados, como os sensores de estrelas, sensores de horizonte e sensor solar. Neste trabalho, para os cálculos de determinação de atitude utilizando dados reais de satélites em vôo, serão utilizados somente dados provenientes dos sensores de estrelas.

2.3.1 Sensores de Horizonte

Os sensores de horizonte determinam o ângulo existente entre um eixo de referencia do satélite e a direção do centro da Terra, são chamados sensores de horizonte pois o que é observado é o horizonte infravermelho da Terra. Existem basicamente, três tipos de sensores de horizonte:

Sensores estáticos de horizonte: por meio de um sistema iterativo geram sinais de erro até o instante no qual o sensor se encontra precisamente alinhado com o disco aparente da Terra.

Sensor escrutinador de horizonte: um sinal de contorno ou de disco aparente é gerado a partir de um espelho girante que observa tanto a imagem da Terra quanto o espaço.

Sensores de horizonte infravermelho rotativos: são utilizados em satélites estabilizados por rotação e utilizam o mesmo princípio que os sensores escrutinadores de horizonte. São montados de forma que a própria rotação do satélite gere o esquadramento: o sensor é montado no satélite com ângulo fixo m em relação ao eixo de rotação do satélite.

2.3.2 Sensor Solar

O Sol é suficientemente brilhante para permitir o uso de equipamentos simples e confiáveis. Consequentemente, o sensor solar detecta a presença do sol por meio de células solares e então define a posição de um dos principais eixos de referência do satélite em relação a direção na qual o sol foi detectado através de um ângulo (ângulo solar). Basicamente existem dois tipos de sensores solares:

Sensor solar em fenda em V: são utilizados em satélites estabilizados por rotação. Atrás de uma fenda meridional são colocadas quatro células solares que fornecem informações sobre o alinhamento daquele meridiano. Para informar se o Sol está mais ao norte ou ao sul está uma segunda fenda inclinada a 30° .

Sensor solar digital: são utilizados em satélites estabilizados em três eixos. A direção do sol pode ser determinada a partir de um campo de visada bem amplo, pois consiste em diversas células solares, em número igual, atrás de cada fenda.

Atualmente, as células solares são codificadas de modo que cada combinação de células iluminadas identifica um determinado ângulo, assim, a informação pode ser obtida e memorizada diretamente na forma digital.

2.3.3 Sensores de estrelas

Estes sensores medem as coordenadas das estrelas e informam a atitude quando as coordenadas observadas são comparadas com coordenadas conhecidas de um catálogo de estrelas. Em geral, são os sensores mais precisos e os mais caros também.

O sensor de estrelas é também afetado pelo brilho do Sol, da Terra e de qualquer outro corpo luminoso. Mesmo assim, tem sido muito utilizado em várias missões devido às resoluções da ordem de segundos de arco, propiciando informações que aumentam a precisão para a determinação de atitude.

O sistema óptico de um sensor de estrela consiste de uma lente que projeta a imagem do campo estelar para o campo focal. O dispositivo de definição de imagem seleciona uma parte da imagem do campo estelar no campo de visão do sensor (FOV – field of view) a qual será visível para o detector. O detector transforma o sinal óptico em um sinal elétrico, para então, o conjunto eletrônico filtra o sinal amplificado do detector (photomultiplier) e executa as funções específicas particulares de cada sensor de estrelas.

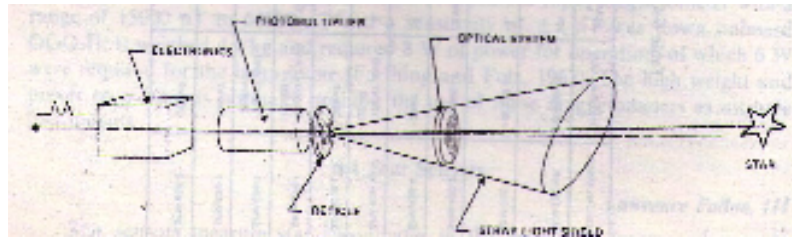


Figura 2.8 - Diagrama simplificado de um sensor de estrela com fenda em V.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

Os sensores de estrelas podem ser divididos em três tipos básicos: os de varredura, utilizados em satélites com estabilização por rotação; os de rastreo, que possuem movimento próprio para promover varredura; e os de cabeça fixa, que possuem varredura eletrônica de um campo visual fixo.

Sensores de varredura são os mais simples de todos os sensores de estrelas, pois não possuem partes que se movimentam. O dispositivo empregado na definição da imagem consiste em uma configuração de fenda, tal como a fenda em V da figura apresentada acima. Neste sensor, é a rotação do satélite que faz com que o sensor varra a esfera celeste. A precisão deste sensor está relacionada a largura da fenda.

Sensores de rastreo são comumente utilizados quando o satélite deve operar em uma variedade de atitudes. Este tipo de sensor tem um campo de visão óptico pequeno (geralmente menor que 1 grau) e um campo de visão efetivo grande, pois possuem movimento próprio. Este tipo de sensor usa diferentes tipos de imagens para determinar a posição da estrela no centro, ou *null*, posição no pequeno campo de visão.

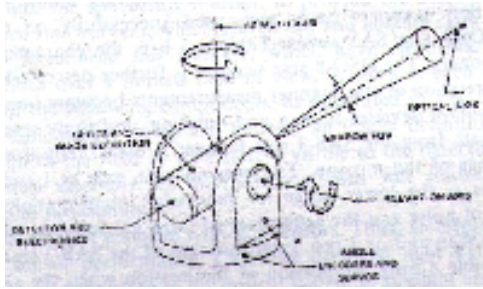


Figura 2.9 – Sensor estrelar de rastreo.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

Sensores de cabeça fixa usam varredura eletrônica para explorar seu campo de visão e adquirir estrelas. Eles são geralmente menores e mais caros que os sensores de rastreo além de não possuírem movimento próprio. O dispositivo de definição de imagem mais comum utilizado é o seletor de imagem.

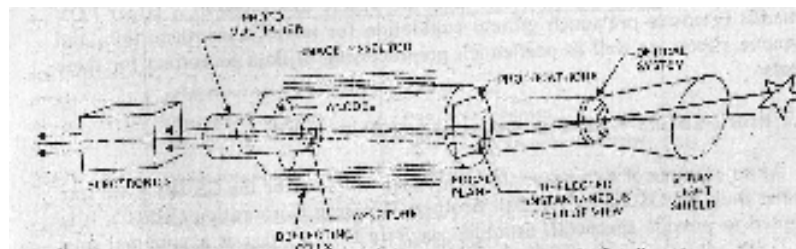


Figura 2.10 – Imagem do diagrama do sensor estrelar.

Fonte: Adaptada de WERTZ, J. (1978).

As escolhas do tamanho do campo de visão e a sensibilidade da magnitude estelar, para qualquer sensor, geralmente dependem da precisão da atitude que se deseja alcançar. Um pequeno campo de visão pode propiciar

mais exatidão do que um campo de visão grande. Entretanto, um pequeno campo de visão deve ser sensível para reduzir o brilho de estrelas e assegurar-se de que muitas estrelas sejam visíveis a ele. Usar um grande campo de visão exige calibração, cuidados com a temperatura, com a distorção e com efeitos magnéticos em terra, antes do lançamento, assim como processar os dados após o lançamento para corrigir esses possíveis efeitos.

3. MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

Determinação de atitude em três eixos

Os métodos utilizados para a determinação da atitude de um veículo espacial podem ser basicamente de dois tipos: métodos determinísticos e métodos ótimos. Para o método determinístico é necessário um número mínimo de dados para se determinar a atitude corretamente e qualquer dado adicional será obrigatoriamente descartado para o bom funcionamento do método. Já os métodos ótimos, de maneira diferente dos métodos determinísticos, utilizam todos os dados disponíveis para determinar a atitude que otimiza uma função de custo.

3.1 O problema de Wahba

Em 1965 apareceu no SIAM Review o seguinte problema: Determinar a matriz ortogonal A que minimiza a função de custo:

$$J(A) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N a_k |\hat{W}_k - A\hat{V}_k|^2 \quad (3.1)$$

Onde a_k é o peso do vetor medido, \hat{V}_k é o vetor do sistema de coordenadas da referência, \hat{W}_k é o vetor no sistema de coordenadas do satélite e A é a matriz atitude que minimiza a função custo.

Proposto por Grace Wahba, aluna de pós-graduação em Estatística, quando estava trabalhando no verão de 1965 na IBM. A solução buscada por

Wahba não era uma solução iterativa, mas sim uma solução finita como, por exemplo, o algoritmo TRIAD.

Desde então, varias soluções foram apresentadas e publicadas em seguida. No entanto, neste trabalho abordará somente os trabalhos mais utilizados e os mais conhecidos como solução para o problema da Determinação de atitude: q-Method, QUEST, SVD e FOAM.

3.2 TRIAD

É o método determinístico mais conhecido. Desenvolvido por Harold Black em 1964, o método TRIAD supõe que os dados provenientes do satélite são duas medidas vetoriais, W_1 e W_2 que satisfaçam:

$$W_1 = A \cdot V_1$$

$$W_2 = A \cdot V_2$$

(3.2)

Onde A é a matriz de atitude, matriz 3×3 ortogonal e com determinante positivo. V_1 e V_2 são os vetores de referencia, matrizes 3×1 e W_1 e W_2 são matrizes 3×1 dos componentes conhecidos no sistema solidário ao veículo.

As duas medidas vetoriais fornecem quatro elementos de informações, como três elementos de informações são suficientes para achar uma solução é necessário descartar uma parte dos dados.

Assim são construídas duas tríades de vetores:

$$\hat{r}_1 = \frac{V_1}{|V_1|}, \quad \hat{s}_1 = \frac{W_1}{|W_1|}$$

(3.3a)

$$\hat{r}_2 = \frac{V_1 \times V_2}{|V_1 \times V_2|}, \quad \hat{s}_2 = \frac{W_1 \times W_2}{|W_1 \times W_2|}$$

(3.3b)

$$\hat{r}_3 = \hat{r}_1 \times \hat{r}_2, \quad \hat{s}_3 = \hat{s}_1 \times \hat{s}_2$$

(3.3c)

Sendo os \hat{r}_i , $i=1,\dots,3$, e os \hat{s}_i , $i=1,\dots,3$, ortogonais e diretos é possível construir uma matriz tal como:

$$M_R \equiv [\hat{r}_1 : \hat{r}_2 : \hat{r}_3]$$

(3.4a)

$$M_S \equiv [\hat{s}_1 : \hat{s}_2 : \hat{s}_3]$$

(3.4b)

M_R e M_S são duas matrizes 3×3 cujas colunas são os vetores r_i ou s_i respectivamente. M_R e M_S são ambas as duas ortogonais e

$$M_S = A \cdot M_R$$

(3.5)

Como M_R é ortogonal, a solução para A é: $A = M_S \cdot M_R^T$

(3.6)

Este algoritmo é rápido e simples, no entanto se houver mais do que duas medidas não é possível aproveitá-las racionalmente para se obter uma precisão maior.

3.3 q-Method

Desenvolvido por Paul Davenport da NASA Goddard Space Flight Center, as principais etapas deste método são:

Função custo:

$$J(A) = \sum_{i=1}^n w_i \left| \hat{u}_B^i - A \hat{u}_R^i \right|^2$$

(3.7)

Onde \hat{u}_B^i é o vetor medido no corpo, w_i é o peso e \hat{u}_R^i é o vetor de referência.

Dessa forma, a função custo pode ser reescrita como:

$$J(A) = -2 \sum_{i=1}^n W_i \cdot A V_i + \text{constant terms}$$

(3.8)

Os vetores não-normalizados W_i e V_i são definidos como:

$$W_i = \sqrt{w_i} \hat{u}_B^i; \quad V_i = \sqrt{w_i} \hat{u}_R^i$$

(3.9)

A função custo é um mínimo quando

$$J'(A) = \sum_{i=1}^n W_i A V_i \equiv \text{tr}(W^T A V)$$

(3.10)

O quatérnion é definido por

$$\bar{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T = \begin{bmatrix} q \\ q_4 \end{bmatrix}$$

(3.11)

Para obter a matriz de atitude A , que maximiza a equação acima a matriz de rotação é escrita em função do quatérnion, q :

$$A(q) = (q_4^2 - q \cdot q)I + 2qq^T - 2q_4Q$$

(3.12)

Onde I é a matriz identidade 3×3 , qq^T é a matriz resultante formada das partes do vetor q e Q é a matriz anti-simétrica

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}$$

(3.13)

Substituindo as equações (3.12) em (3.10) e, como a função de ganho é linear na matriz de rotação, segue que a função de ganho é quadrática como função do quatérnio. A maximização de uma função quadrática se torna simples,

Assim,

$$J'(q) = q^T K q \quad (3.14)$$

e

$$K = \begin{pmatrix} S - 1I & Z \\ Z^T & \sigma \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

As matrizes B e S , o vetor Z e o escalar σ são dados por

$$B \equiv W V^T \quad (3.16a)$$

$$S \equiv B^T + B \quad (3.16b)$$

$$Z \equiv (B_{23} - B_{32}, B_{31} - B_{13}, B_{12} - B_{21})^T \quad (3.16c)$$

$$\sigma \equiv \text{tr}(B) \quad (3.16d)$$

Existe somente uma preocupação: o quatérnion deve satisfazer ao vínculo:

$$q^T q = 1$$

Assim, para achar o quatérnion ótimo, Davenport utiliza o método de Lagrange e define.

$$g(q) = q^T K q - \lambda q^T q \tag{3.17}$$

Onde λ é o multiplicador de Lagrange, e $g(q)$ é maximizado sem restrições, λ é escolhido de modo que satisfaça a restrição da normalização. Derivando a equação acima e igualando o resultado a zero obtém-se a equação do autovetor:

$$Kq = \lambda q \tag{3.18}$$

q é um autovetor de K , e λ é um autovalor de K . Dado que

$$J'(q) = q^T K q = q^T \lambda q = \lambda \tag{3.19}$$

Segue que λ é o autovalor maior de K

O autovetor correspondente ao maior autovalor é o quatérnion ótimo, do qual podemos calcular a matriz de atitude ótima, os ângulos de Euler ótimos ou o valor ótimo de qualquer representação de atitude.

3.4 QUEST

Um dos algoritmos mais populares e eficientes utilizados atualmente na determinação de atitude é o algoritmo QUEST. O algoritmo QUEST, QUatérnion ESTimator, foi desenvolvido por Malcolm David Shuster, publicado em 1981 e aplicado com sucesso na missão Magsat entre outras.

Para encontrar a matriz ortogonal que minimiza a função custo, mostrada na equação 3.1. Onde $a_i, i = 1, \dots, n$ são pesos não negativos. Assim:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \tag{3.20}$$

A construção do quatérnion ótimo tem início a partir da equação (3.18), onde é preciso determinar o autovetor correspondente ao maior autovalor:

$$Kq_{opt} = \lambda_{max} q_{opt} \tag{3.21}$$

A construção do quatérnion ótimo começa com um rearranjo na equação (3.21):

$$Y = [(\lambda + \sigma)I - S]^{-1} Z \tag{3.22}$$

$$\lambda = \sigma + Z \cdot Y \tag{3.23}$$

Onde Y é o vetor de Gibbs definido como: $Y = Q/q = \hat{X} \tan(\theta/2)$

(3.24)

Em termos do vetor de Gibbs

$$q = \frac{1}{\sqrt{1+|Y|^2}} \begin{Bmatrix} Y \\ 1 \end{Bmatrix}$$

(3.25)

Quando λ é igual a λ_{\max} , Y e q são representações da solução. Inserindo a equação (3.22) na equação (3.23) temos a expressão para os autovalores

$$\lambda = \sigma + Z^T \frac{1}{(\lambda + \sigma)I - S} Z$$

(3.26)

A equação acima tem as características equivalentes da equação dos autovalores de K , a solução explicita desejada, entretanto, é preciso notar que

$$\lambda_{\max} = 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i |\hat{W}_i - A_{opt} \hat{V}_i|^2$$

(3.27)

Que é muito próximo de 1. Substituindo:

$$\lambda_{\max} \approx 1$$

(3.28)

A equação (3.22) conduz para uma expressão da atitude com exatidão da ordem de segundos que provem da matriz

$$[(\lambda_{\max} + \sigma)I - S]$$

(3.29)

A qual não é singular. Entretanto, o vetor de Gibbs se torna infinito quando o ângulo de rotação é π . Conseqüentemente, a equação (3.28) não é útil para ângulos próximos a π . Dessa forma, a seguir, desenvolve métodos mais precisos para que seja possível evitar essas singularidades.

O primeiro passo é deduzir a expressão que permite a computação do q_{opt} sem utilizar o vetor de Gibbs.

Nota-se que um autovalor ξ de qualquer matriz quadrada S satisfaz a equação característica

$$\det|S - \xi I| = 0$$

(3.30)

O qual para uma matriz 3×3 tem a forma

$$-\xi^3 + 2\sigma\xi^2 - k\xi + \Delta = 0$$

(3.31)

Com

$$\sigma = \frac{1}{2} trS \quad k = tr(adjS) \quad \Delta = \det S$$

(3.32)

Onde tr , adj e \det são traço, matriz adjunta e determinante respectivamente. Pelo teorema de Cayley – Hamilton, S satisfaz esta mesma equação de modo que

$$S^3 = 2\sigma S^2 - kS + \Delta I$$

(3.33)

A equação (3.33) pode ser usada para expressar qualquer função que apresenta variável complexa de S, como uma equação quadrática em S, em particular

$$[(\omega + \sigma)I - S]^{-1} = \gamma^{-1}(\alpha I + \beta S + S^2)$$

(3.34)

Onde

$$\alpha = \omega^2 - \sigma^2 + k \quad \beta = \omega - \sigma \quad \gamma = (\omega + \sigma)\alpha - \Delta$$

(3.35)

Permitindo que ω assuma o valor de λ_{\max} tem-se que

$$Y_{opt} = X/\gamma$$

(3.36)

Onde

$$X = (\alpha I + \beta S + S^2)Z$$

(3.37)

Segue então das equações (3.26) e (3.37) que

$$q_{opt} = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + |X|^2}} \begin{Bmatrix} X \\ \gamma \end{Bmatrix}$$

(3.38)

Para encontrar λ_{\max} a equação (3.34) aplicada na equação (3.26) produz uma conveniente expressão para a equação característica

$$\lambda^4 - (a + b)\lambda^2 - c\lambda + (ab + c\sigma - d) = 0 \quad (3.39)$$

Onde

$$\begin{aligned} a &= \sigma^2 - k & b &= \sigma^2 + Z^T Z \\ c &= \Delta + Z^T S Z & d &= Z^T S^2 Z \end{aligned} \quad (3.40)$$

Como λ_{\max} é conhecido e próximo de um, o método Newton – Raphson aplicado a equação (3.39) calcula o valor do λ_{\max} com uma boa precisão e velocidade, necessitando apenas uma ou duas iterações.

Para o caso onde há somente duas observações, λ_{\max} tem uma simples e exata expressão

$$\lambda_{\max} = \sqrt{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\alpha_2 \cos(\theta_V - \theta_W) + \alpha_2^2} \quad (3.41)$$

Onde

$$\cos(\theta_V - \theta_W) = \frac{(\hat{V}_1 \cdot \hat{V}_2)(\hat{W}_1 \cdot \hat{W}_2) + |\hat{V}_1 \times \hat{V}_2| |\hat{W}_1 \times \hat{W}_2|}{|\hat{V}_1| |\hat{V}_2| |\hat{W}_1| |\hat{W}_2|} \quad (3.42)$$

3.5 SVD

Desenvolvido por F. Landis Markley, o método SVD propõe uma solução para o problema de Wahba envolvendo a decomposição singular de valores (SVD). O método propicia uma elegante ferramenta para análises teóricas e um forte método para computar a matriz atitude minimizando a função custo de Wahba.

A função custo pode ser reescrita como

$$L(A) = 1 - \sum_{i=1}^n a_i b_i^T A r_i = 1 - \text{tr}(AB^T) \quad (3.43)$$

Onde

$$B \equiv \sum_{i=1}^n a_i b_i r_i^T \quad (3.44)$$

A decomposição singular de valores da matriz B definida na equação (3.44) é dada por

$$B = USV^T \quad (3.45)$$

Onde U e V são matrizes ortogonais e

com

$$S = \text{diag}(s_1, s_2, s_3)$$
$$s_1 \geq s_2 \geq s_3 \geq 0.$$

(3.46)

A notação da equação (3.46) significa que S é uma matriz diagonal cujos elementos da diagonal são s_1, s_2, s_3 , os valores singulares de B . O que é conveniente para se definir apropriadamente as matrizes ortogonais

$$U_+ \equiv U[\text{diag}(1 \ 1 \ \det U)] \quad (3.47)$$

$$V_+ \equiv V[\text{diag}(1 \ 1 \ \det V)] \quad (3.48)$$

e

$$W \equiv U_+^T A V_+ = \cos \Phi I + (1 - \cos \Phi) e e^T - \sin \Phi [e \times] \quad (3.49)$$

Onde I é a matriz identidade 3×3 e $[e \times]$ é definido como

$$[e \times] = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Também é possível definir a matriz diagonal como

$$S' \equiv \text{diag}(s_1, s_2, ds_3) \quad (3.51)$$

Onde

$$d \equiv (\det U)(\det V) = \pm 1 \quad (3.52)$$

Assim das equações (3.47) e (3.49) obtém-se:

$$A_{op} = U_+ V_+^T = U [diag(1 \ 1 \ d)] V^T \quad (3.53)$$

Esta equação representa a transformação das coordenadas de referência do corpo como produto de duas transformações.

3.6 FOAM

O método FOAM – Fast Optimal Matrix Algorithm também desenvolvido por Markley foi criado com o propósito de ser um método mais eficiente de estimação de atitude.

A princípio o método é semelhante com o SVD passando a ser diferente a partir da equação:

$$B = U_+ diag[S_1, S_2, S_3] V_+^T \quad (3.54)$$

Que difere da decomposição singular de valores (SVD) onde U_+ e V_+ requerem determinantes positivos e em SVD s_3 é denotado como ds_3 , onde $d = \pm 1$ e $s_3 \geq 0$.

A decomposição da equação (3.54) utilizando a norma euclidiana, determinante e adjunta de B pode ser escrita como

$$\|B\|^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2, \quad (3.55)$$

$$\det B = S_1 S_2 S_3 \quad (3.56)$$

e

$$adjB^T = U_+ diag[S_2 S_3 \quad S_3 S_1 \quad S_1 S_2] V_+^T \quad (3.57)$$

Essas quantidades podem ser também iguais ao produto

$$BB^T B = U_+ diag[S_1^3, S_2^3, S_3^3] V_+^T \quad (3.58)$$

Que também pode ser calculada sem a utilização da decomposição singular de valores. Em particular, elas podem ser utilizadas para mostrar que estimativa da atitude ótima é dada por

$$A_{opt} = \left[(k + \|B\|^2) B + \lambda adjB^T - BB^T B \right] / \xi \quad (3.59)$$

Onde

$$k \equiv S_2 S_3 + S_3 S_1 + S_1 S_2, \quad (3.60)$$

$$\lambda \equiv S_1 + S_2 + S_3$$

(3.61)

e

$$\xi \equiv (S_2 + S_3)(S_3 + S_1)(S_1 + S_2)$$

(3.62)

As matrizes da equação (3.59) podem ser computadas sem a utilização da decomposição singular de valores, mas nesta equação há uma melhora superior a equação (3.53) somente por causa dos coeficientes escalares k, λ e ξ que também podem ser calculados sem a decomposição singular de valores. Como é mostrado em MARKLEY, F. (1993)

4 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresenta-se os dados e as informações necessárias à pesquisa e ao modo como foram utilizados. O que se pretende é relacionar, comparar características e avaliar os métodos estudados.

O desenvolvimento do projeto particulariza o tipo satélite artificial envolvido. Foi utilizado o satélite CBERS 2B, lançado em 19 de setembro de 2007, que é resultado de uma parceria entre Brasil e China. O CBERS 2B é um satélite de sensoriamento remoto cuja órbita é heliosíncrona, o que caracteriza que o satélite cruza o Equador sempre na mesma hora local, aproximadamente 10h30 da manhã. Esse tipo de órbita permite a comparação das diferentes imagens tiradas em dias diferentes, sempre com as mesmas condições de iluminação solar.

Como mostrado nos capítulos anteriores, a determinação de atitude requer informações relacionadas a tempo, sensores e órbita. Neste trabalho, utilizou todos os dados compatíveis com o satélite CBERS 2B, uma vez que seria utilizado dados reais dos sensores.

A representação de tempo utilizada foi a data Juliana, dessa forma, todo e qualquer dado de tempo que não estivesse nessa base era convertido para esta representação.

Como o objetivo era determinar a atitude no mesmo referencial utilizado pelo CBERS 2B, a informação relacionada à órbita se fez necessária. Embora o CBERS 2B possua um receptor GPS a bordo capaz de fornecer dados relacionados a posição e velocidade, esses dados não estão disponíveis nas telemetrias de serviço do satélite. Dessa forma, os dados de orbita são obtidos a partir da propagação das TLE (*Two Lines Elements*) obtidas do NORAD.

Dessa forma, coletadas as telemetrias dos sensores de estrelas, obtêm-

se as TLEs do CBERS 2B correspondentes ao mesmo período dos dados. Em seguida aplicam-se os métodos apresentados nos capítulos anteriores.

De maneira geral são realizadas as seguintes etapas:

Os dados captados pelos sensores a bordo do satélite são transmitidos por meio de telemetrias que são visualizadas por meio do software: Vis. TIm Serviço (Visualização de Telemetrias de Serviço Recuperadas). Os dados são selecionados e salvos em MATLAB, onde é criado um banco de dados para a utilização na implementação dos métodos propostos.

De posse das principais características do satélite, tais como: órbita, estabilização, sistema de referência utilizado, sensores e dos dados obtidos desse satélite, os métodos são implementados. Num primeiro momento os métodos são implementados separadamente para serem testados e, em seguida, todos os métodos são adicionados no mesmo software. Assim, é possível escolher com qual método se deseja determinar a atitude do satélite CBERS2B em um determinado dia e hora pré-selecionados, ou mesmo obter a atitude do satélite utilizando todos os métodos simultaneamente. As informações fornecidas são os ângulos de Euler relacionando o referencial do corpo (CBERS 2B) e o referencial orbital utilizado pelo satélite.

As informações são armazenadas em forma de matrizes e permitem ainda uma análise estatística total ou passagem a passagem da atitude do satélite CBERS 2B.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

Para ilustrar o desempenho de todos os métodos estudados, foram elaborados gráficos e tabelas baseados na atitude média mensal do satélite CBERS 2B desde o seu lançamento, setembro de 2007 até abril de 2009, nos períodos manhã e noite.

A partir das Figuras 5.1 e 5.2 e das tabelas 1 e 2 é possível perceber que as médias das passagens em períodos diferentes, dia e noite, também diferem. Uma das explicações para essa diferença é devido ao sistema de controle de atitude do satélite: Durante o período noturno, o controle é baseado no girômetros e no sensor de horizonte, durante o dia, é também utilizado o sensor solar digital na malha de controle. Como os sensores de estrelas não estão na malha de controle, eles apenas observam as alterações na atitude.

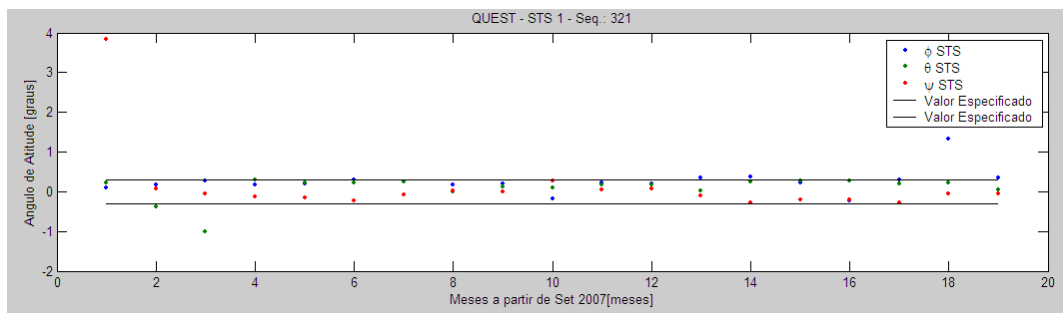


Figura 5.1 - Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Setembro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

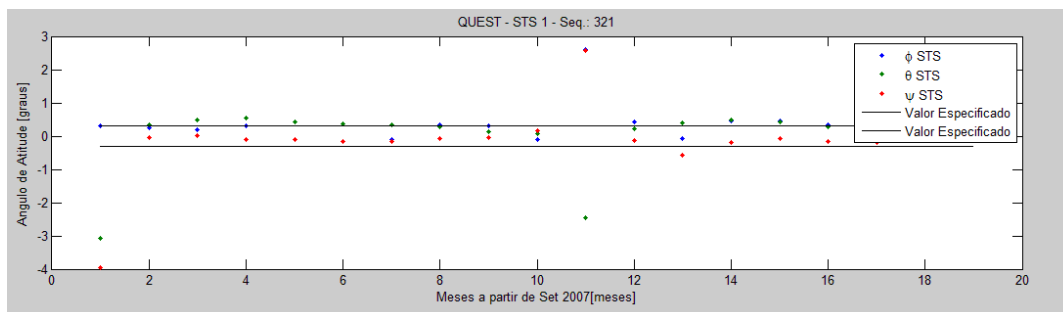


Figura 5.2 - Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Setembro de 2007 a Abril de 2009 – Dia)

Ao se analisar cada período, separadamente, percebe-se que os ângulos de Euler que relacionam o referencial do corpo (CBERS 2B) e o referencial orbital são valores muito próximos, ver Tabelas 1 e 2. Apesar dos algoritmos serem diferentes, calculados de maneira diferente, todos buscam os mesmos resultados, que é a atitude correta do satélite. Assim, o que faz com que esses valores não sejam totalmente iguais é o modo como cada algoritmo foi calculado, a precisão da máquina utilizada e os erros comuns de arredondamento, erros de truncamento e outros.

As figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 mostram uma pequena diferença entre os algoritmos testados. Para uma melhor resolução dos gráficos foram desconsiderados os meses setembro de 2007 e março de 2009. Pois nesses períodos os dados dos sensores de estrelas apresentavam inconsistências, portanto, os valores obtidos não eram confiáveis.

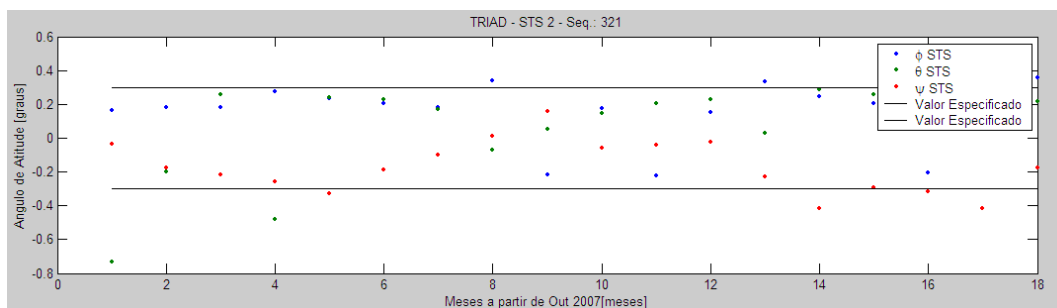


Figura 5.3 - Ângulos de Euler, Algoritmo TRIAD (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

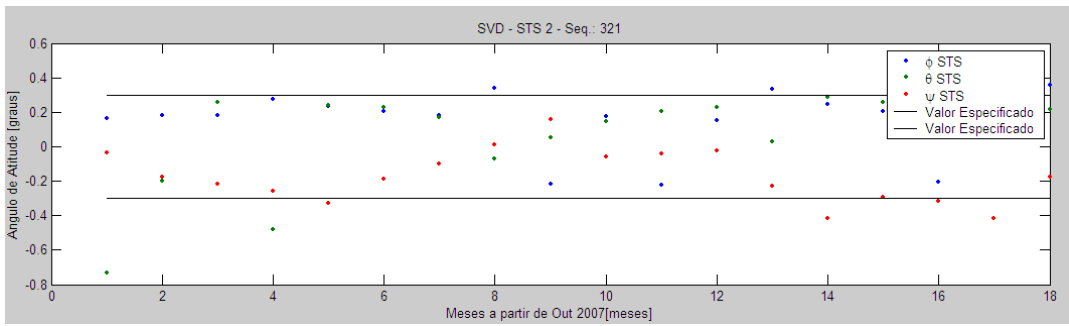


Figura 5.4 - Ângulos de Euler, Algoritmo SVD (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

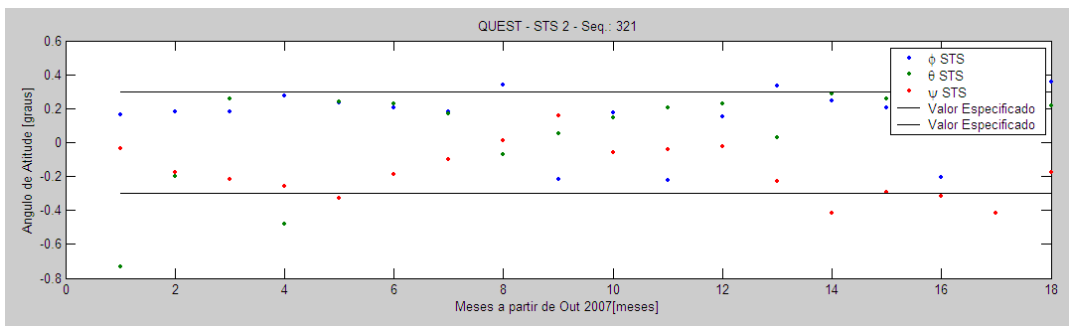


Figura 5.5 - Ângulos de Euler, Algoritmo QUEST (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

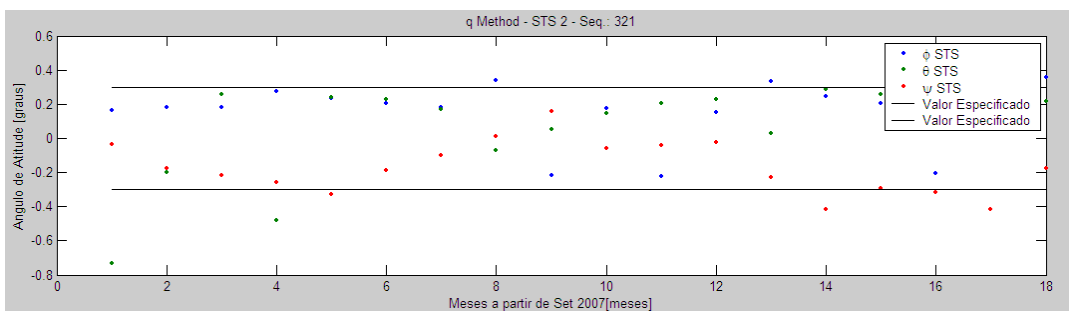


Figura 5.6 - Ângulos de Euler, Algoritmo q Method (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

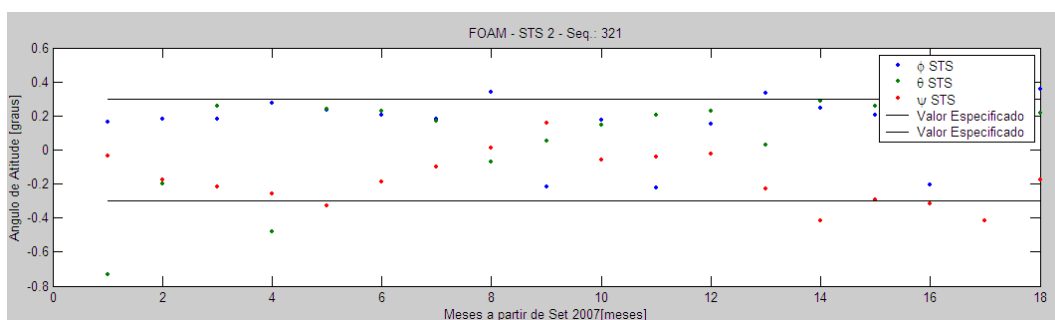


Figura 5.7 - Ângulos de Euler, Algoritmo FOAM (Período: Outubro de 2007 a Abril de 2009 – Noite)

A Tabela 1 e a Tabela 2 comparam os ângulos obtidos durante as passagens do satélite CBERS 2B desde seu lançamento (Setembro de 2007) até Abril de 2009, mostram os valores médios dos ângulos calculados, suas variâncias e desvios padrão para todos os métodos. As tabelas que completam essa análise estão no Anexo A.

Tabela 1 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: noite, STS: ambos

| Mês/Met. | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Média | S^2 | σ |
|----------|--------|--------|---------|----------|--------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.0616 | 0.0616 | 0.0616 | 0.0615 | 0.0616 | 0.0616 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | 0.1740 | 0.1739 | 0.1739 | 0.1738 | 0.1739 | 0.1739 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/07 | 0.1962 | 0.1962 | 0.1962 | 0.1962 | 0.1962 | 0.1962 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dez/07 | 0.1731 | 0.1739 | 0.1739 | 0.1743 | 0.1739 | 0.1738 | 0.0000 | 0.0005 |
| Jan/08 | 0.2748 | 0.8184 | 0.2742 | 0.2739 | 0.2742 | 0.3831 | 0.0592 | 0.2433 |
| Fev/08 | 0.2515 | 0.2513 | 0.2515 | 0.2511 | 0.2513 | 0.2513 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | 0.2044 | 0.2039 | 0.2039 | 0.2037 | 0.2039 | 0.2040 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/08 | 0.1789 | 0.1788 | 0.1788 | 0.1787 | 0.1788 | 0.1788 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mai/08 | 0.2538 | 0.3229 | 0.3203 | 0.3615 | 0.3229 | 0.3163 | 0.0015 | 0.0389 |
| Jun/08 | 0.2053 | 0.2073 | -0.2073 | -0.2083 | 0.2073 | 0.2071 | 0.0000 | 0.0011 |
| Jul/08 | 0.1728 | 0.1724 | 0.1724 | 0.1722 | 0.1724 | 0.1725 | 0.0000 | 0.0002 |
| Set/08 | 0.1655 | 0.1657 | 0.1657 | 0.1658 | 0.1657 | 0.1657 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.3271 | 0.3271 | 0.3271 | 0.3271 | 0.3271 | 0.3271 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/08 | 0.2294 | 0.2297 | 0.2297 | 0.2299 | 0.2297 | 0.2297 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dez/08 | 0.2313 | 0.2320 | 0.2320 | 0.2323 | 0.2320 | 0.2319 | 0.0000 | 0.0004 |
| Jan/09 | 0.2523 | 0.2529 | -0.2529 | -0.2533 | 0.2529 | -0.2529 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.2384 | 0.2378 | 0.2378 | 0.2374 | 0.2378 | 0.2378 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 1.4052 | 1.4007 | 1.4007 | 1.3985 | 1.4007 | 1.4012 | 0.0000 | 0.0025 |
| Abr/09 | 0.3461 | 0.3463 | 0.1788 | 0.3464 | 0.3463 | 0.3128 | 0.0056 | 0.0749 |

Tabela 2 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: dia, STS: ambos

| Mes/met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.2679 | 0.2678 | 0.2678 | 0.2678 | 0.2678 | 0.2678 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | 0.2261 | 0.2265 | 0.2265 | 0.2267 | 0.2265 | 0.2265 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.2002 | 0.2002 | 0.2002 | 0.2001 | 0.2002 | 0.2002 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dez/07 | 0.2423 | 0.2417 | 0.2417 | 0.2414 | 0.2417 | 0.2418 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/08 | 0.3025 | 0.3022 | 0.3022 | 0.3020 | 0.3022 | 0.3022 | 0.0000 | 0.0002 |
| Fev/08 | 0.3314 | 0.3311 | 0.3311 | 0.3309 | 0.3311 | 0.3311 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | -0.0220 | -0.0216 | -0.0216 | -0.0214 | -0.0216 | -0.0216 | 0.0000 | 0.0002 |
| Abr/08 | 0.3815 | 0.3813 | 0.3813 | 0.3812 | 0.3813 | 0.3813 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mai/08 | 0.3649 | 0.3651 | 0.3651 | 0.3652 | 0.3651 | 0.3651 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jun/08 | -0.1263 | -0.1263 | -0.1263 | -0.1263 | -0.1263 | -0.1263 | 0.0000 | 0.0000 |
| Jul/08 | 0.5195 | 0.5207 | 0.5207 | 0.5214 | 0.5207 | 0.5206 | 0.0000 | 0.0007 |
| Set/08 | 0.3759 | 0.3760 | 0.3760 | 0.3760 | 0.3760 | 0.3759 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/08 | 0.0389 | 0.0868 | 0.0896 | 0.1139 | 0.0868 | 0.0832 | 0.0007 | 0.0273 |
| Nov/08 | 0.3820 | 0.3816 | 0.3816 | 0.3814 | 0.3816 | 0.3817 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dez/08 | 0.3650 | 0.3647 | 0.3647 | 0.3645 | 0.3647 | 0.3647 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | 0.5338 | 0.5344 | 0.5344 | 0.5347 | 0.5344 | 0.5343 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.3603 | 0.3608 | 0.3608 | 0.3610 | 0.3608 | 0.3607 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 1.5201 | 1.5210 | 1.5210 | 1.5215 | 1.5210 | 1.5209 | 0.0000 | 0.0005 |
| Abr/09 | 0.4504 | 0.4504 | 0.4504 | 0.4505 | 0.4504 | 0.4504 | 0.0000 | 0.0000 |

Com relação aos algoritmos estudados, avaliou-se aspectos relacionados ao tempo de processamento. Embora esse parâmetro possa ser irrelevante nas simulações realizadas em solo, esse fator pode ser extremamente importante nas aplicações a bordo dos satélites. Os computadores de bordo atualmente qualificados possuem capacidade de processamento com uma ordem de grandeza menor dos que são atualmente disponíveis para aplicações comerciais. Dessa forma, analisou-se também aspectos relacionados ao seu desempenho e velocidade para calcular a atitude do satélite a partir dos dados obtidos. No entanto, ao se calcular o tempo gasto por cada algoritmo no processamento das informações de uma mesma passagem, percebeu-se que a função TIC – TOC (usada pelo MATLAB para medir o tempo) sofre a influência do processador, o qual é constantemente utilizado no processamento de tarefas do sistema operacional e requisições de outros softwares. Esse fato faz com que os resultados obtidos sejam instáveis.

A Figura 5.8 e a Tabela 3 mostram a velocidade obtida ao se determinar a atitude do satélite CBERs 2B, no dia 18 de julho de 2007. Para a construção

do gráfico e da Tabela 3 as velocidades de cada método foram medidas vinte e cinco vezes e em seguida agrupadas em grupo de cinco, onde a média de cada grupo foi utilizada na construção do gráfico. Esse procedimento foi adotado com o objetivo de reduzir os efeitos causados pela influência do uso do processador na contagem do tempo de cada método.

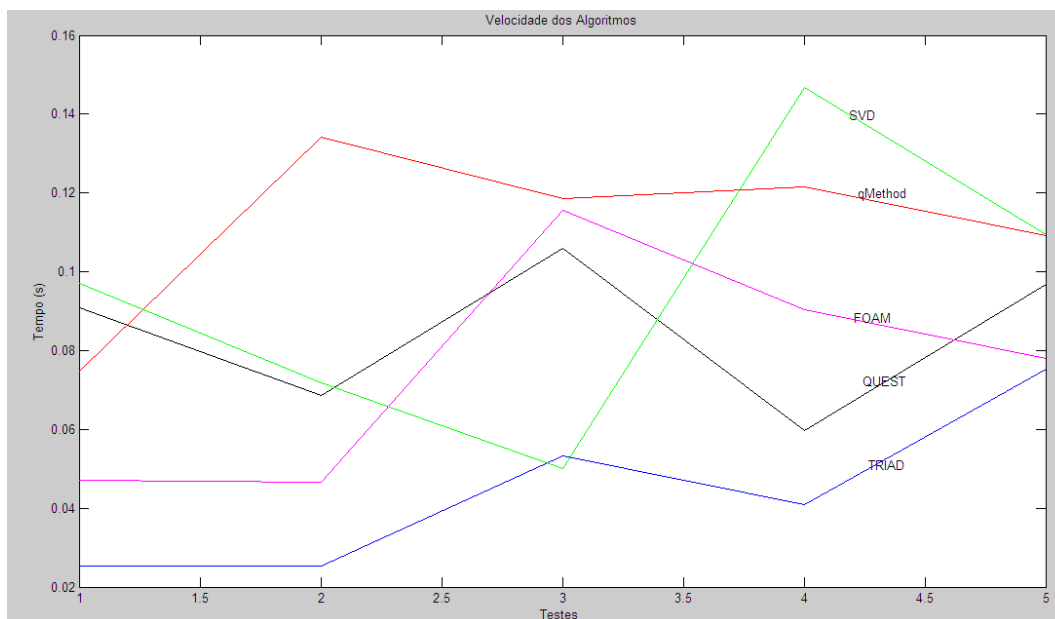


Figura 5.8 – Velocidade dos Algoritmos

Tabela 3 - Tempo dos Algoritmos Estudados

| Testes | TRIAD | qMethod | QUEST | SVD | FOAM |
|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.0160 | 0.0310 | 0.1720 | 0.0630 | 0.0630 |
| 2 | 0.0160 | 0.1100 | 0.0780 | 0.1250 | 0.0620 |
| 3 | 0.0160 | 0.0620 | 0.1570 | 0.0940 | 0.0310 |
| 4 | 0.0630 | 0.1400 | 0.0310 | 0.1400 | 0.0160 |
| 5 | 0.0160 | 0.0310 | 0.0160 | 0.0630 | 0.0630 |
| 6 | 0.0150 | 0.1410 | 0.0930 | 0.0470 | 0.0310 |
| 7 | 0.0160 | 0.0470 | 0.0470 | 0.1090 | 0.1090 |
| 8 | 0.0160 | 0.1870 | 0.0470 | 0.0470 | 0.0620 |
| 9 | 0.0630 | 0.1400 | 0.1090 | 0.0780 | 0.0150 |
| 10 | 0.0160 | 0.1560 | 0.0470 | 0.0780 | 0.0160 |
| 11 | 0.0150 | 0.1410 | 0.1710 | 0.0630 | 0.1720 |
| 12 | 0.0470 | 0.1250 | 0.0470 | 0.0310 | 0.1870 |
| 13 | 0.0940 | 0.1090 | 0.0620 | 0.0310 | 0.0470 |

| | | | | | |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 14 | 0.0160 | 0.1710 | 0.1250 | 0.0780 | 0.0630 |
| 15 | 0.0940 | 0.0470 | 0.1250 | 0.0470 | 0.1090 |
| 16 | 0.0320 | 0.1250 | 0.0160 | 0.0620 | 0.1870 |
| 17 | 0.0150 | 0.0620 | 0.0160 | 0.2190 | 0.0160 |
| 18 | 0.0470 | 0.1250 | 0.0310 | 0.1720 | 0.0310 |
| 19 | 0.0470 | 0.1560 | 0.2190 | 0.1250 | 0.0150 |
| 20 | 0.0630 | 0.1400 | 0.0160 | 0.1560 | 0.2030 |
| 21 | 0.0310 | 0.0310 | 0.0310 | 0.1410 | 0.0160 |
| 22 | 0.0470 | 0.1090 | 0.1720 | 0.1870 | 0.0470 |
| 23 | 0.1100 | 0.1720 | 0.0780 | 0.1250 | 0.1400 |
| 24 | 0.0470 | 0.1250 | 0.0940 | 0.0630 | 0.0780 |
| 25 | 0.1410 | 0.1090 | 0.1090 | 0.0310 | 0.1090 |
| Valor Médio: | 0.0440 | 0.1117 | 0.0844 | 0.0950 | 0.0755 |

Em linhas gerais, os resultados mostram que os algoritmos possuem desempenho semelhante em todos os aspectos, apesar das diferenças no tratamento matemático e das hipóteses assumidas. Esse fato se deve devido ao fato de que a atitude foi determinada utilizada uma quantidade mínima de informação: Dois vetores. Caso mais informações fossem disponibilizadas, espera-se uma superioridade em precisão dos métodos ótimos sobre os métodos determinísticos. Quanto ao tempo de processamento, a ferramenta utilizada para mensurar o tempo utilizado no processo mostrou-se pouco eficiente pois era muito suscetível às ações do sistema operacional. Isto fez com que os resultados fossem instáveis. Uma forma melhor de mensurar esse desempenho precisa ser implementado.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta uma breve revisão a respeito dos dados necessários para a determinação de atitude: sistema de representação de tempo, teoria do movimento orbital, princípios básicos de funcionamento de alguns sensores utilizados na determinação de atitude e alguns algoritmos para a determinação da atitude de satélites artificiais estabilizados em três eixos.

Apresentou-se, também o equacionamento dos algoritmos estudados. Todos os algoritmos estudados foram implementados e testados a fim de verificar consistência e precisão. Com o objetivo de estudar dois grupos distintos de algoritmos, escolheu alguns determinísticos e alguns ótimos. Devido a restrição no número de observações disponíveis, os resultados mostraram que os métodos determinísticos foram praticamente equivalentes aos métodos ótimos quando se comparou a precisão da estimação. A medida do tempo de processamento não pode ser eficientemente implementada devido a interferência do sistema operacional nos resultados obtidos. De qualquer forma, pode-se se observar que utilizando os computadores disponíveis em solo e também a implementação “*built in*” do MATLAB os tempos foram bem próximos. É esperado que num software de vôo, as dificuldades de implementação e os tempos de processamento podem ser sensivelmente diferentes, a maior.

Outro ponto a ser destacado foi a análise realizada com os dados reais dos sensores do CBERS 2B. Foi possível verificar que o sistema de controle do satélite possui comportamento ligeiramente diferente entre períodos iluminados e períodos de eclipse. Foi também possível de maneira geral, nos períodos

Com relação ao tempo de processamento, apesar das variações causadas pela interferência do sistema operacional, o tempo de processamento em

computador foi suficientemente pequeno, na ordem de milissegundos para todos os métodos.

Sugestões:

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se inicialmente a elaboração de uma técnica mais elaborada para medir o tempo de processamento. Outro ponto a ser investigado seria a inclusão de mais sensores na estimação e reavaliar os algoritmos. Com a adição de novas medidas na estimação, espera-se que as diferenças entre os métodos determinísticos e ótimos sejam mais perceptíveis. Focando especificamente no satélite CBERS 2B, outros dados disponíveis poderiam ser os girômetros e sensores solar.

REFERÊNCIAS

KUGA, H.K. KONDAPALLI, R.R. **Introdução a Mecânica Orbital**. São José dos Campos – SP: INPE, 1995. 74p.

LOPES, R.V.F. **Determinação de Atitude de Satélites Artificiais Através de Estimadores de Estado**. São José dos Campos - SP: INPE, 1982. 74p.

MARKLEY, F.L. **Attitude Determination from Vector Observations: A Fast Optimal Matrix Algorithm**, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol.41, No.2, Abril-Junho 1993, pp.261-280.

MARKLEY, F.L. **Attitude Determination using Vector Observation and the Singular Value Decomposition**, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol.36, No.3, Julho-Setembro 1988, pp.245-258.

SHUSTER, M.D. **QUEST, A Longa História de um Algoritmo Rápido**. 1º Simpósio Brasileiro de Tecnologia Aeroespacial. São José dos Campos – SP: INPE, 1990. 37p.

SHUSTER, M.D. **A Survey of Attitude Representations**. The Journal of the Astronautical Sciences, Vol.41, No.4, Outubro-Dezembro 1993, pp.439-517.

SHUSTER, M.D. **The Quest for Better Attitudes**. The Journal of the Astronautical Sciences, Vol.54, No.3&4, Julho-Dezembro 2006, pp.657-683.

SHUSTER, M.D. e OH, S.D. **Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations**, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.4, No.1, Janeiro-Fevereiro 1981, pp.70-71

WERTZ, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, D.Reidel, 1978.

ANEXO A – TABELAS

Tabela 4 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: noite, STS: ambos

| Met/Mes | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -1.4151 | -1.4151 | -1.4151 | -1.4151 | -1.4151 | -1.4151 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | -0.8352 | -0.8351 | -0.8351 | -0.8351 | -0.8351 | -0.8351 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/07 | -0.4951 | -0.4951 | -0.4950 | -0.4950 | -0.4951 | -0.4951 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dec/07 | 0.2564 | 0.2558 | 0.2558 | 0.2554 | 0.2558 | 0.2559 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/08 | -0.5306 | 0.3212 | -0.5301 | -0.5298 | -0.5301 | -0.3599 | 0.1449 | 0.3807 |
| Fev/08 | 0.2106 | 0.2109 | 0.1983 | 0.2110 | 0.2109 | 0.2084 | 0.0000 | 0.0056 |
| Mar/08 | 0.2210 | 0.2215 | 0.2215 | 0.2218 | 0.2215 | 0.2215 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/08 | 0.1370 | 0.1371 | 0.1371 | 0.1371 | 0.1371 | 0.1371 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mai/08 | 0.0149 | -0.0213 | -0.0195 | -0.0370 | -0.0213 | -0.0168 | 0.0004 | 0.0191 |
| Jun/08 | 0.0399 | 0.0419 | 0.0419 | 0.0429 | 0.0419 | 0.0417 | 0.0000 | 0.0011 |
| Jul/08 | 0.1269 | 0.1272 | 0.1272 | 0.1274 | 0.1272 | 0.1272 | 0.0000 | 0.0002 |
| Set/08 | 0.2025 | 0.2023 | 0.2023 | 0.2022 | 0.2023 | 0.2023 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.0120 | 0.0121 | 0.0121 | 0.0121 | 0.0121 | 0.0121 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/08 | 0.3158 | 0.3154 | 0.3154 | 0.3153 | 0.3154 | 0.3155 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dec/09 | 0.2427 | 0.2421 | 0.2421 | 0.2417 | 0.2421 | 0.2421 | 0.0000 | 0.0004 |
| Jan/09 | 0.2319 | 0.2325 | 0.2325 | 0.2328 | 0.2325 | 0.2324 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.2135 | 0.2141 | 0.2141 | 0.2144 | 0.2141 | 0.2140 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 0.2999 | 0.3040 | 0.3040 | 0.3061 | 0.3040 | 0.3036 | 0.0000 | 0.0023 |
| Abr/09 | 0.1686 | 0.1684 | 0.1371 | 0.1683 | 0.1684 | 0.1622 | 0.0002 | 0.0140 |

Tabela 5 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: dia, STS: ambos

| Mes/Met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -0.9821 | -0.9820 | -0.9820 | -0.9820 | -0.9820 | -0.9820 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | 0.5463 | 0.5460 | 0.5460 | 0.5458 | 0.5460 | 0.5460 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.5775 | 0.5776 | 0.5776 | 0.5776 | 0.5776 | 0.5776 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dez/07 | 0.5571 | 0.5577 | 0.5577 | 0.5580 | 0.5577 | 0.5576 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/08 | 0.4895 | 0.4899 | 0.4899 | 0.4900 | 0.4899 | 0.4898 | 0.0000 | 0.0002 |
| Fev/08 | 0.4429 | 0.4433 | 0.4433 | 0.4434 | 0.4433 | 0.4432 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | 0.3568 | 0.3564 | 0.3564 | 0.3561 | 0.3564 | 0.3564 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/08 | 0.2037 | 0.2040 | 0.2040 | 0.2041 | 0.2040 | 0.2039 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mai/08 | 0.1190 | 0.1188 | 0.1188 | 0.1187 | 0.1188 | 0.1188 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jun/08 | 0.1857 | 0.1857 | 0.1857 | 0.1857 | 0.1857 | 0.1857 | 0.0000 | 0.0000 |
| Jul/08 | 0.0468 | 0.0456 | 0.0456 | 0.0450 | 0.0456 | 0.0457 | 0.0000 | 0.0006 |
| Set/08 | 0.2263 | 0.2263 | 0.2263 | 0.2262 | 0.2263 | 0.2263 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/08 | 0.2341 | 0.1513 | 0.1515 | 0.1117 | 0.1513 | 0.1600 | 0.0020 | 0.0448 |
| Nov/08 | 0.4978 | 0.4982 | 0.4982 | 0.4984 | 0.4982 | 0.4981 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dez/08 | 0.4155 | 0.4158 | 0.4158 | 0.4160 | 0.4158 | 0.4158 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | 0.1976 | 0.1971 | 0.1970 | 0.1968 | 0.1971 | 0.1971 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.3840 | 0.3835 | 0.3835 | 0.3832 | 0.3835 | 0.3835 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 0.2648 | 0.2639 | 0.2639 | 0.2635 | 0.2639 | 0.2640 | 0.0000 | 0.0005 |
| Abr/09 | 0.2810 | 0.2810 | 0.2810 | 0.2810 | 0.2810 | 0.2810 | 0.0000 | 0.0000 |

Tabela 6 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: noite, STS: ambos

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 3.7448 | 3.7450 | 3.7450 | 3.7451 | 3.7450 | 3.7450 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | -0.0311 | -0.0307 | -0.0307 | -0.0305 | -0.0307 | -0.0307 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | -0.1493 | -0.1492 | -0.1492 | -0.1492 | -0.1492 | -0.1492 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dec/07 | -0.2192 | -0.2095 | -0.2095 | -0.2110 | -0.2095 | -0.2117 | 0.0000 | 0.0042 |
| Jan/08 | -0.2565 | -0.2853 | -0.2543 | -0.2532 | -0.2543 | -0.2607 | 0.0002 | 0.0138 |
| Fev/08 | -0.3456 | -0.3445 | -0.3432 | -0.3440 | -0.3445 | -0.3444 | 0.0000 | 0.0009 |
| Mar/08 | -0.1874 | -0.1855 | -0.1855 | -0.1845 | -0.1855 | -0.1857 | 0.0000 | 0.0011 |
| Abr/08 | -0.1095 | -0.1091 | -0.1091 | -0.1088 | -0.1091 | -0.1091 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mai/08 | -0.0387 | -0.2521 | -0.2518 | -0.3668 | -0.2521 | -0.2323 | 0.0142 | 0.1191 |
| Jun/08 | 0.1498 | 0.1574 | 0.1574 | 0.1612 | 0.1574 | 0.1566 | 0.0000 | 0.0042 |
| Jul/08 | -0.0529 | -0.0515 | -0.0515 | -0.0507 | -0.0515 | -0.0516 | 0.0000 | 0.0008 |
| Set/08 | 0.0025 | 0.0016 | 0.0016 | 0.0012 | 0.0016 | 0.0017 | 0.0000 | 0.0005 |
| Out/08 | -0.2256 | -0.2256 | -0.2256 | -0.2256 | -0.2256 | -0.2256 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/08 | -0.4159 | -0.4173 | -0.4173 | -0.4180 | -0.4173 | -0.4172 | 0.0000 | 0.0008 |
| Dec/08 | -0.2739 | -0.2765 | -0.2765 | -0.2779 | -0.2765 | -0.2763 | 0.0000 | 0.0015 |
| Jan/09 | -0.3035 | -0.3010 | -0.3010 | -0.2998 | -0.3010 | -0.3013 | 0.0000 | 0.0013 |
| Fev/09 | -0.3922 | -0.3897 | -0.3897 | -0.3885 | -0.3897 | -0.3900 | 0.0000 | 0.0014 |
| Mar/09 | -0.2528 | -0.2350 | -0.2350 | -0.2261 | -0.2350 | -0.2368 | 0.0001 | 0.0098 |
| Abr/09 | -0.1761 | -0.1768 | -0.1091 | -0.1772 | -0.1768 | -0.1632 | 0.0009 | 0.0303 |

Tabela 7 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: dia, STS: ambos

| Mes/met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Média | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -4.0262 | -4.0261 | -4.0261 | -4.0260 | -4.0261 | -4.0261 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | -0.1515 | -0.1529 | -0.1529 | -0.1536 | -0.1529 | -0.1527 | 0.0000 | 0.0008 |
| Nov/07 | -0.1279 | -0.1276 | -0.1276 | -0.1275 | -0.1276 | -0.1277 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | -0.1972 | -0.1949 | -0.1949 | -0.1938 | -0.1949 | -0.1951 | 0.0000 | 0.0012 |
| Jan/08 | -0.2154 | -0.2140 | -0.2140 | -0.2134 | -0.2140 | -0.2142 | 0.0000 | 0.0007 |
| Fev/08 | -0.3042 | -0.3028 | -0.3028 | -0.3020 | -0.3028 | -0.3029 | 0.0000 | 0.0008 |
| Mar/08 | -0.2548 | -0.2566 | -0.2566 | -0.2575 | -0.2566 | -0.2564 | 0.0000 | 0.0010 |
| Abr/08 | -0.1361 | -0.1354 | -0.1354 | -0.1350 | -0.1354 | -0.1355 | 0.0000 | 0.0004 |
| Mai/08 | -0.1357 | -0.1366 | -0.1366 | -0.1370 | -0.1366 | -0.1365 | 0.0000 | 0.0005 |
| Jun/08 | 0.0716 | 0.0716 | 0.0716 | 0.0717 | 0.0716 | 0.0716 | 0.0000 | 0.0000 |
| Jul/08 | -0.1194 | -0.1242 | -0.1242 | -0.1266 | -0.1242 | -0.1237 | 0.0000 | 0.0026 |
| Set/08 | -0.2129 | -0.2132 | -0.2132 | -0.2133 | -0.2132 | -0.2132 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.1722 | 0.0072 | 0.0057 | -0.0766 | 0.0072 | 0.0231 | 0.0082 | 0.0908 |
| Nov/08 | -0.3097 | -0.3081 | -0.3081 | -0.3072 | -0.3081 | -0.3082 | 0.0000 | 0.0009 |
| Dez/08 | -0.1397 | -0.1386 | -0.1386 | -0.1380 | -0.1386 | -0.1387 | 0.0000 | 0.0006 |
| Jan/09 | -0.2032 | -0.2056 | -0.2056 | -0.2067 | -0.2056 | -0.2053 | 0.0000 | 0.0013 |
| Fev/09 | -0.3061 | -0.3081 | -0.3081 | -0.3091 | -0.3081 | -0.3079 | 0.0000 | 0.0011 |
| Mar/09 | -0.1258 | -0.1297 | -0.1297 | -0.1316 | -0.1297 | -0.1293 | 0.0000 | 0.0021 |
| Abr/09 | -0.2247 | -0.2249 | -0.2249 | -0.2249 | -0.2249 | -0.2249 | 0.0000 | 0.0001 |

Tabela 8 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: noite, STS: 1

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.0862 | 0.0861 | 0.0861 | 0.0861 | 0.0861 | 0.0861 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | 0.1606 | 0.1607 | 0.1607 | 0.1607 | 0.1607 | 0.1607 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/07 | 0.2794 | 0.2793 | 0.2793 | 0.2792 | 0.2792 | 0.2793 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | 0.1692 | 0.1639 | 0.1639 | 0.1638 | 0.1638 | 0.1649 | 0.0000 | 0.0024 |
| Jan/08 | 0.1954 | 0.1950 | 0.1950 | 0.1948 | 0.1948 | 0.1950 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/08 | 0.3052 | 0.3042 | 0.3044 | 0.3037 | 0.3037 | 0.3042 | 0.0000 | 0.0006 |
| Mar/08 | 0.2550 | 0.2552 | 0.2552 | 0.2554 | 0.2554 | 0.2552 | 0.0000 | 0.0002 |
| Abr/08 | 0.1755 | 0.1763 | 0.1763 | 0.1767 | 0.1767 | 0.1763 | 0.0000 | 0.0005 |
| Mai/08 | 0.1899 | 0.1898 | 0.1898 | 0.1898 | 0.1898 | 0.1898 | 0.0000 | 0.0000 |
| Jun/08 | -0.1888 | -0.1890 | -0.1890 | -0.1890 | -0.1890 | -0.1890 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | 0.2326 | 0.2323 | 0.2323 | 0.2322 | 0.2322 | 0.2323 | 0.0000 | 0.0002 |
| Set/08 | 0.1982 | 0.1976 | 0.1976 | 0.1973 | 0.1973 | 0.1976 | 0.0000 | 0.0004 |
| Out/08 | 0.3544 | 0.3542 | 0.3543 | 0.3542 | 0.3542 | 0.3542 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/08 | 0.3684 | 0.3679 | 0.3679 | 0.3676 | 0.3676 | 0.3679 | 0.0000 | 0.0003 |
| Dez/08 | 0.2307 | 0.2313 | 0.2313 | 0.2315 | 0.2315 | 0.2313 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/09 | -0.2330 | -0.2334 | -0.2334 | -0.2336 | -0.2336 | -0.2334 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.2915 | 0.2910 | 0.2910 | 0.2908 | 0.2908 | 0.2910 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 1.3188 | 1.3193 | 1.3193 | 1.3195 | 1.3195 | 1.3193 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/09 | 0.3532 | 0.3531 | 0.3531 | 0.3531 | 0.3531 | 0.3531 | 0.0000 | 0.0001 |

Tabela 9 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: dia, STS: 1

| MÊS/MET | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.3208 | 0.3210 | 0.3210 | 0.3212 | 0.3210 | 0.3210 | 0.0000 | 0.0002 |
| Out/07 | 0.2513 | 0.2517 | 0.2517 | 0.2519 | 0.2517 | 0.2517 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.1951 | 0.1946 | 0.1946 | 0.1943 | 0.1946 | 0.1946 | 0.0000 | 0.0003 |
| Dec/07 | 0.3039 | 0.3030 | 0.3030 | 0.3026 | 0.3030 | 0.3031 | 0.0000 | 0.0005 |
| Jan/08 | 0.4227 | 0.4218 | 0.4218 | 0.4214 | 0.4218 | 0.4219 | 0.0000 | 0.0005 |
| Fev/08 | 0.3802 | 0.3791 | 0.3791 | 0.3786 | 0.3791 | 0.3792 | 0.0000 | 0.0006 |
| Mar/08 | -0.1168 | -0.1171 | -0.1171 | -0.1172 | -0.1171 | -0.1171 | 0.0000 | 0.0001 |
| Abr/08 | 0.3357 | 0.3353 | 0.3353 | 0.3350 | 0.3353 | 0.3353 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mai/08 | 0.3037 | 0.3033 | 0.3033 | 0.3031 | 0.3033 | 0.3033 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jun/08 | -0.0973 | -0.0974 | -0.0974 | -0.0975 | -0.0974 | -0.0974 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | -1.7258 | 1.9149 | 2.6001 | 2.1359 | 2.0836 | 1.4017 | 3.1212 | 1.7667 |
| Set/08 | 0.4247 | 0.4249 | 0.4249 | 0.4250 | 0.4249 | 0.4249 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | -0.2162 | -0.1395 | -0.0657 | -0.0987 | -0.1395 | -0.1319 | 0.0032 | 0.0564 |
| Nov/08 | 0.4637 | 0.4635 | 0.4635 | 0.4634 | 0.4635 | 0.4635 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dec/08 | 0.4697 | 0.4693 | 0.4693 | 0.4692 | 0.4693 | 0.4694 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | 0.3328 | 0.3333 | 0.3333 | 0.3336 | 0.3333 | 0.3333 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.4107 | 0.4108 | 0.4108 | 0.4108 | 0.4108 | 0.4108 | 0.0000 | 0.0000 |
| Mar/09 | 1.4931 | 1.4931 | 1.4931 | 1.4931 | 1.4931 | 1.4931 | 0.0000 | 0.0000 |
| Abr/09 | 0.4834 | 0.4824 | 0.4824 | 0.4820 | 0.4824 | 0.4825 | 0.0000 | 0.0005 |

Tabela 10 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: noite, STS: 1

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.2158 | 0.2157 | 0.2157 | 0.2156 | 0.2156 | 0.2157 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | -0.3744 | -0.3743 | -0.3743 | -0.3743 | -0.3743 | -0.3743 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/07 | -1.0110 | -1.0111 | -1.0111 | -1.0111 | -1.0111 | -1.0111 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | 0.2989 | 0.3059 | 0.3059 | 0.3058 | 0.3058 | 0.3045 | 0.0000 | 0.0031 |
| Jan/08 | 0.2236 | 0.2232 | 0.2232 | 0.2230 | 0.2230 | 0.2232 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/08 | 0.2375 | 0.2365 | 0.2228 | 0.2360 | 0.2360 | 0.2338 | 0.0000 | 0.0062 |
| Mar/08 | 0.2508 | 0.2510 | 0.2510 | 0.2512 | 0.2512 | 0.2510 | 0.0000 | 0.0002 |
| Abr/08 | 0.0028 | 0.0036 | 0.0036 | 0.0039 | 0.0039 | 0.0036 | 0.0000 | 0.0005 |
| Mai/08 | 0.1283 | 0.1282 | 0.1282 | 0.1282 | 0.1282 | 0.1282 | 0.0000 | 0.0000 |
| Jun/08 | 0.0988 | 0.0986 | 0.0986 | 0.0986 | 0.0986 | 0.0986 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | 0.1689 | 0.1686 | 0.1686 | 0.1684 | 0.1684 | 0.1686 | 0.0000 | 0.0002 |
| Set/08 | 0.1832 | 0.1826 | 0.1826 | 0.1823 | 0.1823 | 0.1826 | 0.0000 | 0.0004 |
| Out/08 | 0.0216 | 0.0215 | 0.0215 | 0.0214 | 0.0214 | 0.0215 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/08 | 0.2527 | 0.2522 | 0.2522 | 0.2520 | 0.2520 | 0.2522 | 0.0000 | 0.0003 |
| Dez/08 | 0.2800 | 0.2805 | 0.2805 | 0.2808 | 0.2808 | 0.2805 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/09 | 0.2665 | 0.2661 | 0.2661 | 0.2659 | 0.2659 | 0.2661 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.1926 | 0.1921 | 0.1921 | 0.1919 | 0.1919 | 0.1921 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | 0.2221 | 0.2226 | 0.2226 | 0.2228 | 0.2228 | 0.2226 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/09 | 0.0473 | 0.0472 | 0.0472 | 0.0472 | 0.0472 | 0.0472 | 0.0000 | 0.0001 |

Tabela 11 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: dia, STS: 1

| MÊS/MET | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -3.0837 | -3.0834 | -3.0834 | -3.0833 | -3.0834 | -3.0835 | 0.0000 | 0.0002 |
| Out/07 | 0.3382 | 0.3386 | 0.3386 | 0.3388 | 0.3386 | 0.3385 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.4975 | 0.4970 | 0.4970 | 0.4968 | 0.4970 | 0.4971 | 0.0000 | 0.0003 |
| Dez/07 | 0.5327 | 0.5319 | 0.5319 | 0.5315 | 0.5319 | 0.5320 | 0.0000 | 0.0005 |
| Jan/08 | 0.4349 | 0.4341 | 0.4341 | 0.4337 | 0.4341 | 0.4342 | 0.0000 | 0.0004 |
| Fev/08 | 0.3612 | 0.3600 | 0.3600 | 0.3594 | 0.3600 | 0.3601 | 0.0000 | 0.0007 |
| Mar/08 | 0.3517 | 0.3515 | 0.3515 | 0.3514 | 0.3515 | 0.3515 | 0.0000 | 0.0001 |
| Abr/08 | 0.2704 | 0.2699 | 0.2699 | 0.2697 | 0.2699 | 0.2700 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mai/08 | 0.1252 | 0.1248 | 0.1248 | 0.1246 | 0.1248 | 0.1249 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jun/08 | 0.0624 | 0.0622 | 0.0622 | 0.0622 | 0.0622 | 0.0623 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | -2.9069 | -0.6165 | -2.4464 | -0.3631 | -4.5385 | -2.1743 | 2.9769 | 1.7254 |
| Set/08 | 0.2310 | 0.2313 | 0.2313 | 0.2314 | 0.2313 | 0.2312 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.2448 | 0.4003 | 0.3836 | 0.4655 | 0.4003 | 0.3789 | 0.0066 | 0.0813 |
| Nov/08 | 0.4939 | 0.4937 | 0.4937 | 0.4936 | 0.4937 | 0.4937 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/08 | 0.4371 | 0.4367 | 0.4367 | 0.4365 | 0.4367 | 0.4367 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | 0.2880 | 0.2886 | 0.2886 | 0.2889 | 0.2886 | 0.2886 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.3523 | 0.3523 | 0.3523 | 0.3524 | 0.3523 | 0.3523 | 0.0000 | 0.0000 |
| Mar/09 | 0.0368 | 0.0368 | 0.0368 | 0.0368 | 0.0368 | 0.0368 | 0.0000 | 0.0000 |
| Abr/09 | 0.1940 | 0.1931 | 0.1931 | 0.1926 | 0.1931 | 0.1932 | 0.0000 | 0.0005 |

Tabela 12 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: noite, STS: 1

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 3.8311 | 3.8307 | 3.8307 | 3.8306 | 3.8306 | 3.8307 | 0.0000 | 0.0002 |
| Out/07 | 0.0611 | 0.0614 | 0.0614 | 0.0615 | 0.0615 | 0.0614 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | -0.0472 | -0.0476 | -0.0476 | -0.0478 | -0.0478 | -0.0476 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dez/07 | -0.1403 | -0.1348 | -0.1348 | -0.1352 | -0.1352 | -0.1360 | 0.0000 | 0.0024 |
| Jan/08 | -0.1580 | -0.1596 | -0.1596 | -0.1604 | -0.1604 | -0.1596 | 0.0000 | 0.0010 |
| Fev/08 | -0.2214 | -0.2254 | -0.2240 | -0.2273 | -0.2273 | -0.2251 | 0.0000 | 0.0025 |
| Mar/08 | -0.0925 | -0.0915 | -0.0915 | -0.0909 | -0.0909 | -0.0915 | 0.0000 | 0.0006 |
| Abr/08 | 0.0118 | 0.0148 | 0.0148 | 0.0163 | 0.0163 | 0.0148 | 0.0000 | 0.0018 |
| Mai/08 | 0.0070 | 0.0067 | 0.0067 | 0.0065 | 0.0065 | 0.0067 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jun/08 | 0.2662 | 0.2657 | 0.2657 | 0.2655 | 0.2655 | 0.2657 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jul/08 | 0.0399 | 0.0388 | 0.0388 | 0.0382 | 0.0382 | 0.0388 | 0.0000 | 0.0007 |
| Set/08 | 0.0851 | 0.0827 | 0.0826 | 0.0814 | 0.0814 | 0.0827 | 0.0000 | 0.0015 |
| Out/08 | -0.1130 | -0.1135 | -0.1135 | -0.1137 | -0.1137 | -0.1135 | 0.0000 | 0.0003 |
| Nov/08 | -0.2843 | -0.2863 | -0.2863 | -0.2873 | -0.2873 | -0.2863 | 0.0000 | 0.0012 |
| Dec/08 | -0.2007 | -0.1986 | -0.1986 | -0.1976 | -0.1976 | -0.1986 | 0.0000 | 0.0012 |
| Jan/09 | -0.2026 | -0.2042 | -0.2042 | -0.2050 | -0.2050 | -0.2042 | 0.0000 | 0.0010 |
| Fev/09 | -0.2696 | -0.2715 | -0.2715 | -0.2724 | -0.2724 | -0.2715 | 0.0000 | 0.0012 |
| Mar/09 | -0.0630 | -0.0611 | -0.0611 | -0.0602 | -0.0602 | -0.0611 | 0.0000 | 0.0012 |
| Abr/09 | -0.0662 | -0.0666 | -0.0666 | -0.0667 | -0.0667 | -0.0666 | 0.0000 | 0.0002 |

Tabela 13 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: dia, STS: 1

| MES/MET | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -3.9575 | -3.9562 | -3.9562 | -3.9556 | -3.9562 | -3.9563 | 0.0000 | 0.0007 |
| Out/07 | -0.0442 | -0.0426 | -0.0426 | -0.0418 | -0.0426 | -0.0428 | 0.0000 | 0.0009 |
| Nov/07 | 0.0049 | 0.0030 | 0.0030 | 0.0020 | 0.0030 | 0.0032 | 0.0000 | 0.0011 |
| Dez/07 | -0.0890 | -0.0922 | -0.0922 | -0.0939 | -0.0922 | -0.0919 | 0.0000 | 0.0018 |
| Jan/08 | -0.1070 | -0.1103 | -0.1103 | -0.1120 | -0.1103 | -0.1100 | 0.0000 | 0.0018 |
| Fev/08 | -0.1586 | -0.1630 | -0.1630 | -0.1652 | -0.1630 | -0.1626 | 0.0000 | 0.0024 |
| Mar/08 | -0.1479 | -0.1489 | -0.1489 | -0.1494 | -0.1489 | -0.1488 | 0.0000 | 0.0005 |
| Abr/08 | -0.0604 | -0.0623 | -0.0623 | -0.0632 | -0.0623 | -0.0621 | 0.0000 | 0.0010 |
| Mai/08 | -0.0337 | -0.0352 | -0.0352 | -0.0359 | -0.0352 | -0.0350 | 0.0000 | 0.0008 |
| Jun/08 | 0.1709 | 0.1703 | 0.1703 | 0.1700 | 0.1703 | 0.1703 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jul/08 | 3.0735 | 1.4064 | 2.5787 | 1.4309 | 3.9167 | 2.4812 | 1.1698 | 1.0816 |
| Set/08 | -0.1243 | -0.1234 | -0.1234 | -0.1229 | -0.1234 | -0.1235 | 0.0000 | 0.0005 |
| Out/08 | -0.7577 | -0.5896 | -0.5688 | -0.5110 | -0.5896 | -0.6033 | 0.0085 | 0.0921 |
| Nov/08 | -0.2038 | -0.2047 | -0.2047 | -0.2052 | -0.2047 | -0.2046 | 0.0000 | 0.0005 |
| Dez/08 | -0.0721 | -0.0734 | -0.0734 | -0.0741 | -0.0734 | -0.0733 | 0.0000 | 0.0008 |
| Jan/09 | -0.1656 | -0.1633 | -0.1633 | -0.1622 | -0.1633 | -0.1636 | 0.0000 | 0.0012 |
| Fev/09 | -0.1998 | -0.1996 | -0.1996 | -0.1995 | -0.1996 | -0.1996 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mar/09 | -0.0148 | -0.0148 | -0.0148 | -0.0149 | -0.0148 | -0.0148 | 0.0000 | 0.0001 |
| Abr/09 | -0.1401 | -0.1439 | -0.1439 | -0.1457 | -0.1439 | -0.1435 | 0.0000 | 0.0020 |

Tabela 14 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: noite, STS: 2

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.0642 | 0.0642 | 0.0642 | 0.0642 | 0.0642 | 0.0642 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | 0.1655 | 0.1654 | 0.1654 | 0.1653 | 0.1654 | 0.1654 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/07 | 0.1796 | 0.1795 | 0.1795 | 0.1794 | 0.1795 | 0.1795 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | 0.1787 | 0.1805 | 0.1805 | 0.1807 | 0.1805 | 0.1802 | 0.0000 | 0.0008 |
| Jan/08 | 0.2762 | 0.2757 | 0.2757 | 0.2754 | 0.2757 | 0.2757 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/08 | 0.2313 | 0.2309 | 0.2311 | 0.2307 | 0.2309 | 0.2310 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | 0.2058 | 0.2053 | 0.2053 | 0.2050 | 0.2053 | 0.2053 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/08 | 0.1823 | 0.1822 | 0.1822 | 0.1822 | 0.1822 | 0.1822 | 0.0000 | 0.0000 |
| Mai/08 | 0.3416 | 0.4034 | 0.4013 | 0.4380 | 0.4034 | 0.3975 | 0.0012 | 0.0348 |
| Jun/08 | -0.2192 | -0.2210 | -0.2210 | -0.2219 | -0.2210 | -0.2208 | 0.0000 | 0.0010 |
| Jul/08 | 0.1727 | 0.1723 | 0.1723 | 0.1722 | 0.1723 | 0.1724 | 0.0000 | 0.0002 |
| Ago/08 | -0.2224 | -0.2223 | -0.2223 | -0.2223 | -0.2223 | -0.2223 | 0.0000 | 0.0000 |
| Set/08 | 0.1519 | 0.1521 | 0.1521 | 0.1522 | 0.1521 | 0.1521 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.3344 | 0.3345 | 0.3345 | 0.3346 | 0.3345 | 0.3345 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/08 | 0.2459 | 0.2456 | 0.2456 | 0.2454 | 0.2456 | 0.2456 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dez/08 | 0.2057 | 0.2060 | 0.2060 | 0.2061 | 0.2060 | 0.2060 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | -0.2053 | -0.2059 | -0.2059 | -0.2062 | -0.2059 | -0.2058 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.2230 | 0.2222 | 0.2222 | 0.2218 | 0.2222 | 0.2223 | 0.0000 | 0.0004 |
| Mar/09 | 1.3266 | 1.3241 | 1.3241 | 1.3229 | 1.3241 | 1.3244 | 0.0000 | 0.0013 |
| Abr/09 | 0.3543 | 0.3559 | 0.3559 | 0.3567 | 0.3559 | 0.3557 | 0.0000 | 0.0009 |

Tabela 15 – Ângulo de Euler: φ (Phi), Período: dia, STS: 2

| Mes/Met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Média | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 0.2665 | 0.2664 | 0.2664 | 0.2663 | 0.2664 | 0.2664 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | 0.2163 | 0.2166 | 0.2166 | 0.2168 | 0.2166 | 0.2166 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.2156 | 0.2158 | 0.2158 | 0.2159 | 0.2158 | 0.2158 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | 0.2417 | 0.2415 | 0.2415 | 0.2414 | 0.2415 | 0.2415 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jan/08 | 0.3012 | 0.3009 | 0.3009 | 0.3007 | 0.3009 | 0.3009 | 0.0000 | 0.0002 |
| Fev/08 | 0.3331 | 0.3328 | 0.3328 | 0.3326 | 0.3328 | 0.3328 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | -0.0305 | -0.0302 | -0.0302 | -0.0300 | -0.0302 | -0.0302 | 0.0000 | 0.0002 |
| Abr/08 | 0.4132 | 0.4138 | 0.4138 | 0.4141 | 0.4138 | 0.4137 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mai/08 | 0.3500 | 0.3502 | 0.3502 | 0.3503 | 0.3502 | 0.3502 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jun/08 | -0.1102 | -0.1100 | -0.1100 | -0.1099 | -0.1100 | -0.1100 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | 0.3592 | 0.3591 | 0.3591 | 0.3591 | 0.3591 | 0.3591 | 0.0000 | 0.0000 |
| Ago/08 | 0.0970 | 0.0964 | 0.0964 | 0.0961 | 0.0964 | 0.0965 | 0.0000 | 0.0003 |
| Set/08 | 0.3743 | 0.3744 | 0.3744 | 0.3744 | 0.3744 | 0.3744 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/08 | 0.0631 | 0.1072 | 0.1099 | 0.1323 | 0.1072 | 0.1040 | 0.0006 | 0.0251 |
| Nov/08 | 0.4001 | 0.4002 | 0.4002 | 0.4002 | 0.4002 | 0.4002 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dez/08 | 0.4194 | 0.4200 | 0.4200 | 0.4203 | 0.4200 | 0.4199 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/09 | 0.4155 | 0.4154 | 0.4154 | 0.4153 | 0.4154 | 0.4154 | 0.0000 | 0.0001 |
| Fev/09 | 0.4415 | 0.4417 | 0.4417 | 0.4417 | 0.4417 | 0.4416 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mar/09 | 1.5200 | 1.5206 | 1.5206 | 1.5209 | 1.5206 | 1.5205 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/09 | 0.4381 | 0.4381 | 0.4381 | 0.4382 | 0.4381 | 0.4381 | 0.0000 | 0.0000 |

Tabela 16 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: noite, STS: 2

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | Q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -1.4300 | -1.4300 | -1.4300 | -1.4300 | -1.4300 | -1.4300 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | -0.7314 | -0.7313 | -0.7313 | -0.7312 | -0.7313 | -0.7313 | 0.0000 | 0.0001 |
| Nov/07 | -0.2018 | -0.2017 | -0.2017 | -0.2016 | -0.2017 | -0.2017 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dec/07 | 0.2580 | 0.2574 | 0.2574 | 0.2571 | 0.2574 | 0.2575 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/08 | -0.4829 | -0.4824 | -0.4824 | -0.4822 | -0.4824 | -0.4825 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/08 | 0.2421 | 0.2426 | 0.2313 | 0.2429 | 0.2426 | 0.2403 | 0.0000 | 0.0051 |
| Mar/08 | 0.2284 | 0.2289 | 0.2289 | 0.2291 | 0.2289 | 0.2288 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/08 | 0.1711 | 0.1711 | 0.1711 | 0.1711 | 0.1711 | 0.1711 | 0.0000 | 0.0000 |
| Mai/08 | -0.0692 | -0.1014 | -0.1000 | -0.1155 | -0.1014 | -0.0975 | 0.0003 | 0.0171 |
| Jun/08 | 0.0543 | 0.0561 | 0.0561 | 0.0570 | 0.0561 | 0.0559 | 0.0000 | 0.0010 |
| Jul/08 | 0.1441 | 0.1444 | 0.1444 | 0.1446 | 0.1444 | 0.1444 | 0.0000 | 0.0002 |
| Ago/08 | 0.2025 | 0.2025 | 0.2025 | 0.2024 | 0.2025 | 0.2025 | 0.0000 | 0.0000 |
| Set/08 | 0.2255 | 0.2253 | 0.2253 | 0.2253 | 0.2253 | 0.2254 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.0292 | 0.0291 | 0.0291 | 0.0291 | 0.0291 | 0.0291 | 0.0000 | 0.0000 |
| Nov/08 | 0.2882 | 0.2886 | 0.2886 | 0.2887 | 0.2886 | 0.2885 | 0.0000 | 0.0002 |
| Dec/08 | 0.2560 | 0.2557 | 0.2557 | 0.2556 | 0.2557 | 0.2557 | 0.0000 | 0.0002 |
| Jan/09 | 0.2415 | 0.2421 | 0.2421 | 0.2424 | 0.2421 | 0.2420 | 0.0000 | 0.0003 |
| Fev/09 | 0.2737 | 0.2745 | 0.2745 | 0.2750 | 0.2745 | 0.2745 | 0.0000 | 0.0005 |
| Mar/09 | 0.3919 | 0.3942 | 0.3942 | 0.3953 | 0.3942 | 0.3940 | 0.0000 | 0.0012 |
| Abr/09 | 0.2146 | 0.2130 | 0.2130 | 0.2122 | 0.2130 | 0.2132 | 0.0000 | 0.0009 |

Tabela 17 – Ângulo de Euler: θ (Theta), Período: dia, STS: 2

| Mes/Met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Média | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -1.3545 | -1.3545 | -1.3545 | -1.3544 | -1.3545 | -1.3545 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | 0.5131 | 0.5127 | 0.5127 | 0.5126 | 0.5127 | 0.5128 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | 0.5859 | 0.5858 | 0.5858 | 0.5857 | 0.5858 | 0.5858 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/07 | 0.5187 | 0.5189 | 0.5189 | 0.5190 | 0.5189 | 0.5189 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jan/08 | 0.4674 | 0.4677 | 0.4677 | 0.4679 | 0.4677 | 0.4677 | 0.0000 | 0.0002 |
| Fev/08 | 0.4375 | 0.4378 | 0.4378 | 0.4380 | 0.4378 | 0.4378 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mar/08 | 0.3503 | 0.3499 | 0.3499 | 0.3497 | 0.3499 | 0.3499 | 0.0000 | 0.0002 |
| Abr/08 | -0.0012 | -0.0016 | -0.0016 | -0.0018 | -0.0016 | -0.0015 | 0.0000 | 0.0002 |
| Mai/08 | 0.1284 | 0.1283 | 0.1283 | 0.1282 | 0.1283 | 0.1283 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jun/08 | 0.1538 | 0.1536 | 0.1536 | 0.1536 | 0.1536 | 0.1537 | 0.0000 | 0.0001 |
| Jul/08 | 0.1794 | 0.1796 | 0.1796 | 0.1797 | 0.1796 | 0.1796 | 0.0000 | 0.0001 |
| Ago/08 | 0.2691 | 0.2697 | 0.2697 | 0.2700 | 0.2697 | 0.2697 | 0.0000 | 0.0003 |
| Set/08 | 0.2285 | 0.2284 | 0.2284 | 0.2284 | 0.2284 | 0.2284 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/08 | 0.2322 | 0.1559 | 0.1561 | 0.1194 | 0.1559 | 0.1639 | 0.0017 | 0.0414 |
| Nov/08 | 0.4706 | 0.4705 | 0.4705 | 0.4705 | 0.4705 | 0.4705 | 0.0000 | 0.0000 |
| Dez/08 | 0.3725 | 0.3720 | 0.3720 | 0.3717 | 0.3720 | 0.3720 | 0.0000 | 0.0003 |
| Jan/09 | 0.2805 | 0.2807 | 0.2807 | 0.2808 | 0.2807 | 0.2807 | 0.0000 | 0.0001 |
| Fev/09 | 0.2826 | 0.2825 | 0.2825 | 0.2824 | 0.2825 | 0.2825 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mar/09 | 0.2606 | 0.2601 | 0.2601 | 0.2598 | 0.2601 | 0.2601 | 0.0000 | 0.0003 |
| Abr/09 | 0.2645 | 0.2644 | 0.2644 | 0.2644 | 0.2644 | 0.2644 | 0.0000 | 0.0000 |

Tabela 18 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: noite, STS: 2

| Met/Mês | TRIAD | SVD | QUEST | Q Method | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | 3.7395 | 3.7395 | 3.7395 | 3.7395 | 3.7395 | 3.7395 | 0.0000 | 0.0000 |
| Out/07 | -0.0348 | -0.0343 | -0.0343 | -0.0341 | -0.0343 | -0.0344 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/07 | -0.1733 | -0.1728 | -0.1728 | -0.1725 | -0.1728 | -0.1728 | 0.0000 | 0.0003 |
| Dez/07 | -0.2185 | -0.2096 | -0.2096 | -0.2108 | -0.2096 | -0.2116 | 0.0000 | 0.0039 |
| Jan/08 | -0.2578 | -0.2559 | -0.2559 | -0.2550 | -0.2559 | -0.2561 | 0.0000 | 0.0010 |
| Fev/08 | -0.3275 | -0.3258 | -0.3247 | -0.3249 | -0.3258 | -0.3257 | 0.0000 | 0.0011 |
| Mar/08 | -0.1875 | -0.1855 | -0.1855 | -0.1845 | -0.1855 | -0.1857 | 0.0000 | 0.0011 |
| Abr/08 | -0.1029 | -0.1027 | -0.1027 | -0.1026 | -0.1027 | -0.1027 | 0.0000 | 0.0001 |
| Mai/08 | 0.0103 | -0.1806 | -0.1802 | -0.2830 | -0.1806 | -0.1628 | 0.0113 | 0.1065 |
| Jun/08 | 0.1567 | 0.1636 | 0.1636 | 0.1670 | 0.1636 | 0.1629 | 0.0000 | 0.0038 |
| Jul/08 | -0.0592 | -0.0578 | -0.0578 | -0.0570 | -0.0578 | -0.0579 | 0.0000 | 0.0008 |
| Ago/08 | -0.0410 | -0.0412 | -0.0412 | -0.0413 | -0.0412 | -0.0412 | 0.0000 | 0.0001 |
| Set/08 | -0.0263 | -0.0268 | -0.0268 | -0.0271 | -0.0268 | -0.0268 | 0.0000 | 0.0003 |
| Out/08 | -0.2317 | -0.2321 | -0.2321 | -0.2322 | -0.2321 | -0.2320 | 0.0000 | 0.0002 |
| Nov/08 | -0.4166 | -0.4152 | -0.4152 | -0.4144 | -0.4152 | -0.4153 | 0.0000 | 0.0008 |
| Dec/08 | -0.2909 | -0.2920 | -0.2920 | -0.2926 | -0.2920 | -0.2919 | 0.0000 | 0.0006 |
| Jan/09 | -0.3171 | -0.3149 | -0.3149 | -0.3138 | -0.3149 | -0.3151 | 0.0000 | 0.0012 |
| Fev/09 | -0.4147 | -0.4114 | -0.4114 | -0.4098 | -0.4114 | -0.4117 | 0.0000 | 0.0018 |
| Mar/09 | -0.2781 | -0.2683 | -0.2683 | -0.2634 | -0.2683 | -0.2692 | 0.0000 | 0.0054 |
| Abr/09 | -0.1789 | -0.1859 | -0.1859 | -0.1894 | -0.1859 | -0.1852 | 0.0000 | 0.0038 |

Tabela 19 – Ângulo de Euler: ψ (Psi), Período: dia, STS: 2

| Mes/Met | TRIAD | SVD | QUEST | qMethod | FOAM | Media | S^2 | σ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|----------|
| Set/07 | -3.9858 | -3.9856 | -3.9856 | -3.9854 | -3.9856 | -3.9856 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/07 | -0.1557 | -0.1570 | -0.1570 | -0.1576 | -0.1570 | -0.1569 | 0.0000 | 0.0007 |
| Nov/07 | -0.1288 | -0.1294 | -0.1294 | -0.1298 | -0.1294 | -0.1294 | 0.0000 | 0.0004 |
| Dez/07 | -0.1930 | -0.1923 | -0.1923 | -0.1919 | -0.1923 | -0.1923 | 0.0000 | 0.0004 |
| Jan/08 | -0.2182 | -0.2169 | -0.2169 | -0.2162 | -0.2169 | -0.2170 | 0.0000 | 0.0007 |
| Fev/08 | -0.3024 | -0.3011 | -0.3011 | -0.3004 | -0.3011 | -0.3012 | 0.0000 | 0.0007 |
| Mar/08 | -0.2575 | -0.2590 | -0.2590 | -0.2597 | -0.2590 | -0.2588 | 0.0000 | 0.0008 |
| Abr/08 | -0.1085 | -0.1105 | -0.1105 | -0.1115 | -0.1105 | -0.1103 | 0.0000 | 0.0011 |
| Mai/08 | -0.1427 | -0.1435 | -0.1435 | -0.1439 | -0.1435 | -0.1434 | 0.0000 | 0.0004 |
| Jun/08 | 0.0831 | 0.0824 | 0.0824 | 0.0821 | 0.0824 | 0.0825 | 0.0000 | 0.0004 |
| Jul/08 | -0.6606 | -0.6602 | -0.6602 | -0.6600 | -0.6602 | -0.6603 | 0.0000 | 0.0002 |
| Ago/08 | -0.2011 | -0.1988 | -0.1988 | -0.1976 | -0.1988 | -0.1990 | 0.0000 | 0.0013 |
| Set/08 | -0.2095 | -0.2097 | -0.2097 | -0.2098 | -0.2097 | -0.2097 | 0.0000 | 0.0001 |
| Out/08 | 0.1295 | -0.0225 | -0.0239 | -0.0997 | -0.0225 | -0.0078 | 0.0070 | 0.0837 |
| Nov/08 | -0.2979 | -0.2982 | -0.2982 | -0.2983 | -0.2982 | -0.2981 | 0.0000 | 0.0001 |
| Dez/08 | -0.1235 | -0.1257 | -0.1257 | -0.1269 | -0.1257 | -0.1255 | 0.0000 | 0.0012 |
| Jan/09 | -0.2017 | -0.2010 | -0.2010 | -0.2007 | -0.2010 | -0.2011 | 0.0000 | 0.0004 |
| Fev/09 | -0.2771 | -0.2776 | -0.2776 | -0.2779 | -0.2776 | -0.2775 | 0.0000 | 0.0003 |
| Mar/09 | -0.1291 | -0.1316 | -0.1316 | -0.1329 | -0.1316 | -0.1314 | 0.0000 | 0.0014 |
| Abr/09 | -0.2267 | -0.2270 | -0.2270 | -0.2271 | -0.2270 | -0.2269 | 0.0000 | 0.0002 |